Spé Maths
Terminale

Fonctions
Cosinus & Sinus

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LA PÉRIODE D'UNE FONCTION 2

CORRECTION

Déterminons une période de chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$:

D'après le cours, soient f une fonction définie sur I et $T > 0$ un nombre réel tel que si $x \in I$, alors $x + T \in I$.

f est dite **périodique de période** T si: $f(x+T) = f(x)$.

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + T \in \mathbb{R}$.

1. $f_1(x) = \cos(3x)$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f_1(x) = \cos(3x)$

$= \cos(3x + 2\pi)$

(car: $\cos(x)$ est périodique de période 2π)

$= \cos\left(3\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)\right)$

$= f_1\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$.

Notons qu'ici: si $x \in IR$, alors $x + \frac{2\pi}{3} \in IR$.

En conclusion, pour tout $x \in IR$: f est périodique de période $\frac{2\pi}{3}$.

2. $f_2(x) = -\cos(7x)$:

Pour tout $x \in IR$: $f_2(x) = -\cos(7x)$

$$= -\cos(7x + 2\pi)$$

(car: cos (x) est périodique de période 2π)

$$= -\cos\left(7\left(x + \frac{2\pi}{7}\right)\right)$$

$$= f_2\left(x + \frac{2\pi}{7}\right).$$

Notons qu'ici: si $x \in IR$, alors $x + \frac{2\pi}{7} \in IR$.

En conclusion, pour tout $x \in IR$: f_2 est périodique de période $\frac{2\pi}{7}$.

3. $f_3(x) = 3\sin(3x)$:

Pour tout $x \in IR$: $f_3(x) = 3\sin(3x)$

$$= 3\sin(3x + 2\pi)$$

(car: sin (x) est périodique de période 2π)

$$= 3 \sin\left(3\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$= f_3\left(x + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + \frac{2\pi}{3} \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f_3 est périodique de période $\frac{2\pi}{3}$.

4. $f_4(x) = -2\sin(2x)$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f_4(x) = -2\sin(2x)$

$$= -2\sin(2x + 2\pi)$$

(car: $\sin(x)$ est périodique de période 2π)

$$= -2\sin(2(x + \pi))$$

$$= f_4(x + \pi).$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + \pi \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f_4 est périodique de période π.