Spé Maths
Terminale

Fonctions
Cosinus & Sinus

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

TROUVONS a ET b DE cos (ax + b)

CORRECTION

1. Montrons que la fonction cos $(ax + b)$ est $\frac{2\pi}{a}$ - périodique:

D'après le cours, soient f une fonction définie sur I et $T > 0$ un nombre réel tel que si $x \in I$, alors $x + T \in I$.

f est dite périodique de période T si: $f(x + T) = f(x)$.

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + T \in \mathbb{R}$.

Ici: $\cos\left(a\left(x + \frac{2\pi}{a}\right) + b\right) = \cos\left(ax + a \cdot \frac{2\pi}{a} + b\right)$

$= \cos(ax + 2\pi + b)$

$= \cos(ax + b + 2\pi)$

$= \cos(ax + b)$.

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$: la fonction cos $(ax + b)$ est périodique de période $\frac{2\pi}{a}$.

2. a. Déduisons-en a et b quand $T = 4$ et $f(0) = \frac{1}{2}$:

Ici, $f(x) = \cos(ax + b)$ est 4-périodique avec $f(0) = \frac{1}{2}$.

Dans ces conditions: • $\frac{2\pi}{a} = 4$ **cad** $a = \frac{\pi}{2}$.

• $f(0) = \frac{1}{2}$ <=> $\cos(a \times 0 + b) = \frac{1}{2}$

<=> $\cos(b) = \frac{1}{2}$

<=> $b = \frac{\pi}{3}$.

Ainsi, pour tout $x \in [\, 0 ; \pi \,[$: $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$.

2\. b. Déduisons-en a et b quand $T = 3$ et $f(0) = 1$:

Ici, $f(x) = \cos(ax + b)$ est 3-périodique avec $f(0) = 1$.

Dans ces conditions: • $\frac{2\pi}{a} = 3$ **cad** $a = \frac{2\pi}{3}$.

• $f(0) = 1$ <=> $\cos(a \times 0 + b) = 1$

<=> $\cos(b) = 1$

<=> $b = 0$.

Ainsi, pour tout $x \in [\, 0 ; \pi \,[$: $f(x) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right)$.