Spé Maths
Terminale

Équations & Inéquations Trigonométriques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

INÉQUATIONS: $\cos(x) > \frac{1}{2}$ ET $\cos(x) \geqslant \frac{1}{2}$

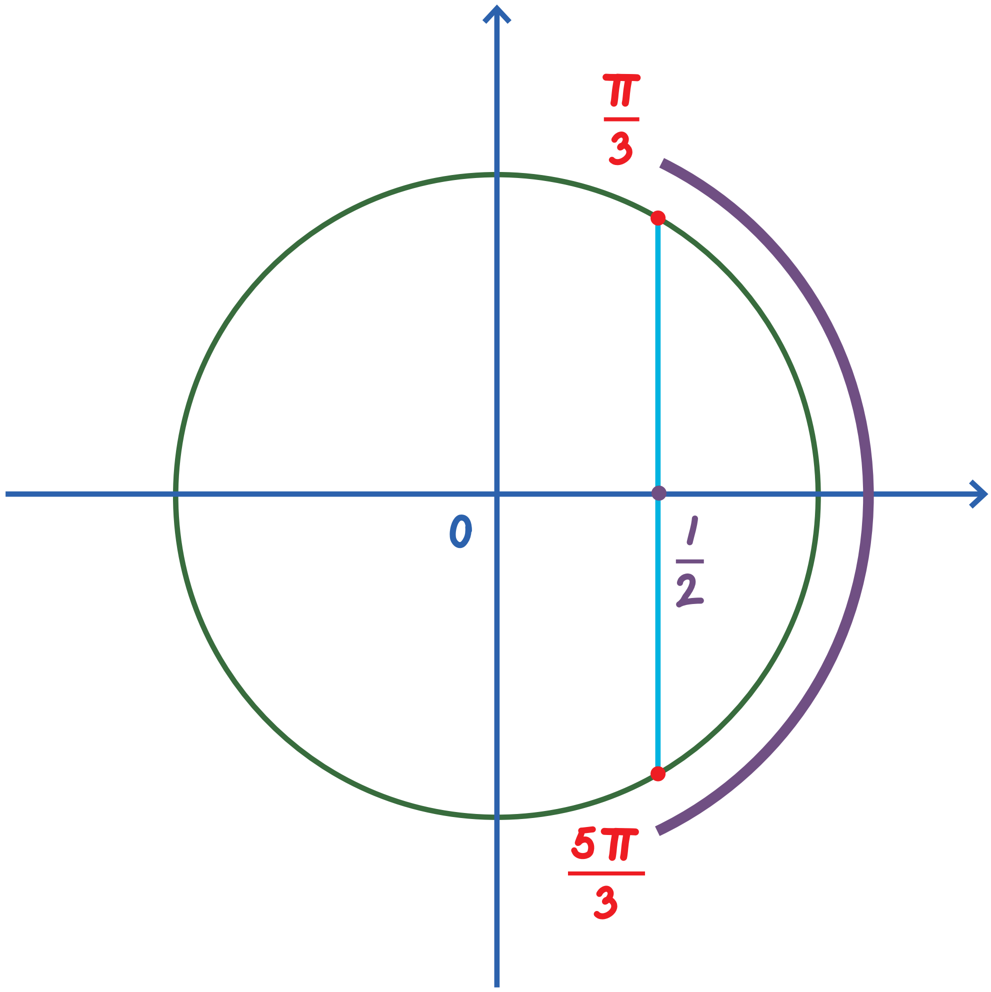
CORRECTION

1. Résolvons l'inéquation $\cos(x) > \frac{1}{2}$ sur $I = [\,0\,;\,2\pi\,]$:

$\cos(x) > \frac{1}{2} \iff \cos(x) > \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Une valeur simple pour laquelle $\cos(x) = \frac{1}{2}$ est donc: $x = \frac{\pi}{3}$.

Traçons un cercle trigonométrique pour trouver les autres valeurs sur la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point correspondant à $\frac{\pi}{3}$:



Sur $I = [\,0\,;2\pi\,]$, les valeurs retenues sont donc: $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{3}$ $\left(\frac{5\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi\right)$.

Notons que: les valeurs pour lesquelles $\cos(x) > \frac{1}{2}$ sont les valeurs situées **à droite de la droite verticale cad sur la zone en violet**.

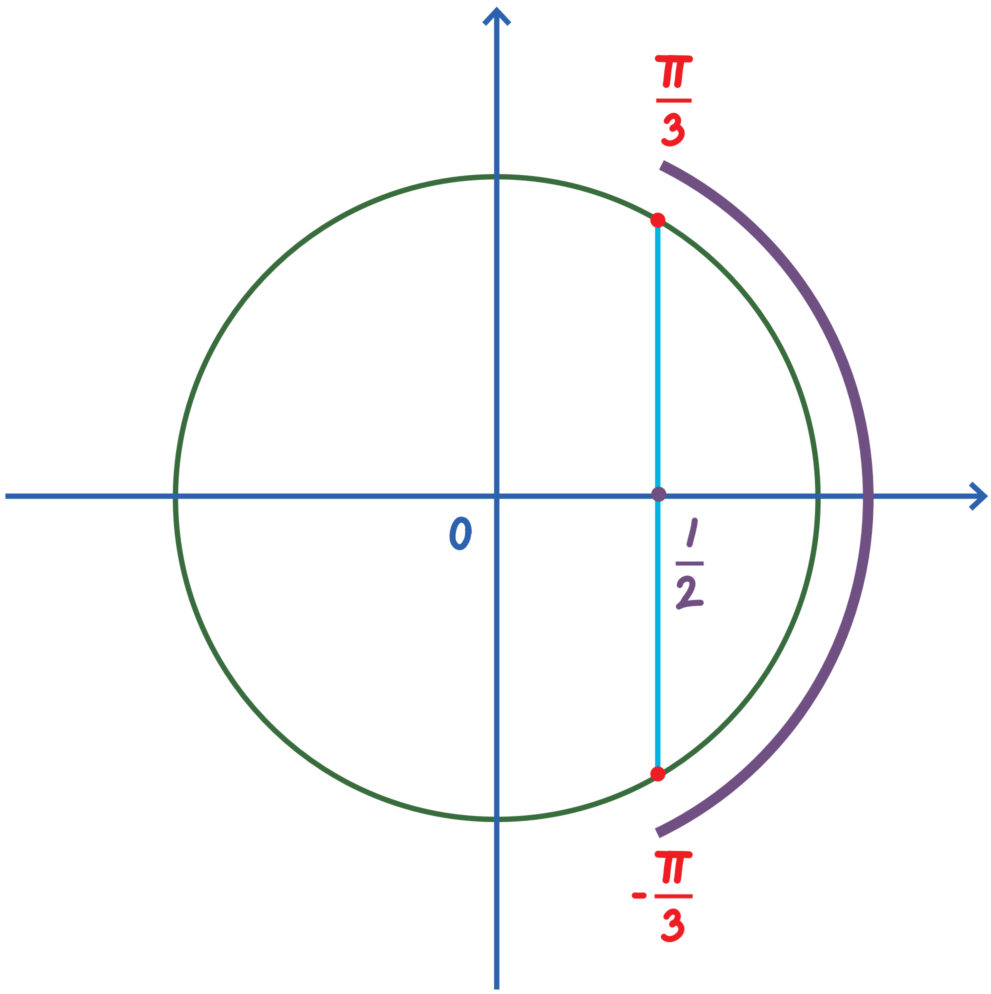
Au total: sur $I = [\,0\,;2\pi\,]$, $S = \left[\,0\,;\frac{\pi}{3}\right[\cup \left]\frac{5\pi}{3}\,;2\pi\,\right]$.

2. Résolvons l'inéquation $\cos(x) > \frac{1}{2}$ sur $I = [\,-\pi\,;\pi\,]$:

$\cos(x) > \frac{1}{2}$ <=> $\cos(x) > \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Une valeur simple pour laquelle $\cos(x) = \frac{1}{2}$ est donc: $x = \frac{\pi}{3}$.

Traçons un cercle trigonométrique pour trouver les autres valeurs sur la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point correspondant à $\frac{\pi}{3}$:



Sur $I = [-\pi ; \pi]$, les valeurs retenues sont donc: $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$.

Notons que: les valeurs pour lesquelles $\cos(x) > \frac{1}{2}$ sont les valeurs situées **à droite de la droite verticale cad sur la zone en violet**.

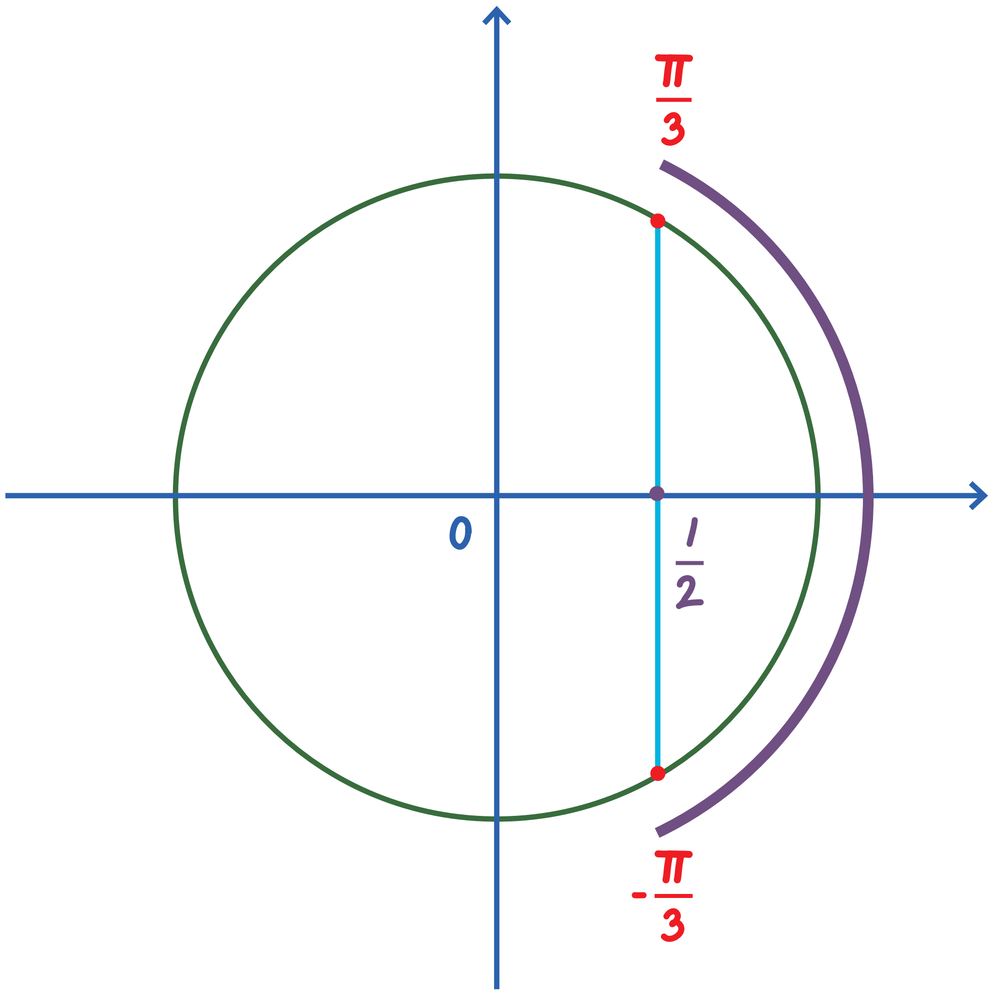
Au total: sur $I = [-\pi ; \pi]$, $S = \left] -\frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{3} \right[$.

3. **Résolvons l'inéquation $\cos(x) \geq \frac{1}{2}$ sur $I = [-2\pi ; 2\pi]$:**

$\cos(x) \geq \frac{1}{2}$ <=> $\cos(x) \geq \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Une valeur simple pour laquelle $\cos(x) = \frac{1}{2}$ est donc: $x = \frac{\pi}{3}$.

Traçons un cercle trigonométrique pour trouver les autres valeurs sur la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point correspondant à $\frac{\pi}{3}$:



Les valeurs de $I = [-2\pi ; 2\pi]$ pour lesquelles $\cos(x) \geq \frac{1}{2}$ sont les valeurs situées à **droite de la droite verticale cad sur la zone en violet**.

- Sur $I' = [-\pi ; \pi]$: $S' = [-\frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{3}]$.

- Sur $I'' = [-\frac{\pi}{3} - 2\pi ; \frac{\pi}{3} + 2\pi]$:

$$S'' = [-\frac{\pi}{3} - 2\pi ; \frac{\pi}{3} - 2\pi] \cup [-\frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{3}] \cup [-\frac{\pi}{3} + 2\pi ; \frac{\pi}{3} + 2\pi].$$

Au total: sur $I = [-2\pi ; 2\pi]$,

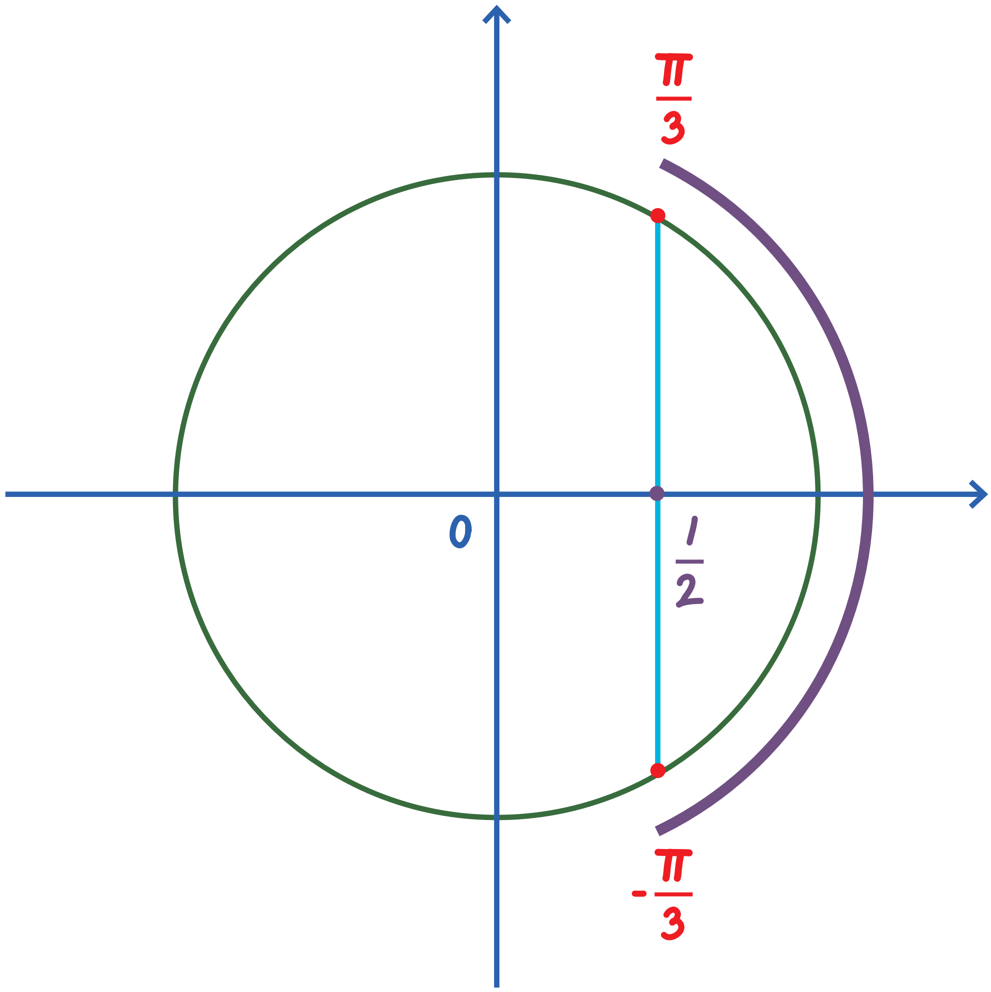
$$S = \left[-2\pi ; \frac{\pi}{3} - 2\pi\right] \cup \left[-\frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi ; 2\pi\right].$$

4. Résolvons l'inéquation $\cos(x) \geqslant \frac{1}{2}$ sur $I = [-\pi ; \frac{\pi}{2}]$:

$\cos(x) > \frac{1}{2} \iff \cos(x) > \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Une valeur simple pour laquelle $\cos(x) = \frac{1}{2}$ est donc: $x = \frac{\pi}{3}$.

Traçons un cercle trigonométrique pour trouver les autres valeurs sur la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point correspondant à $\frac{\pi}{3}$:



Sur $I = [-\pi ; \frac{\pi}{2}]$, les valeurs retenues sont donc: $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$.

Notons que: les valeurs pour lesquelles $\cos(x) \geq \frac{1}{2}$ sont les valeurs situées **à droite de la droite verticale cad sur la zone en violet**.

Au total: sur $I = [-\pi ; \frac{\pi}{2}]$, $S = \left[-\frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{3} \right]$.