# Spé Maths
## Terminale

# Équations & Inéquations Trigonométriques

**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ ... 4

## CORRECTION

1. **Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'équation $2\sin^2(x) - 3\sin(x) - 2 = 0$:**

Soit l'équation: $2\sin^2(x) - 3\sin(x) - 2 = 0$ (1).

En posant $X = \sin(x)$, l'équation (1) devient: $\mathbf{2X^2 - 3X - 2 = 0}$.

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25 = \mathbf{5^2 > 0}$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes qui sont:

$$X' = \frac{3-5}{4} = \frac{-1}{2} \quad \text{et} \quad X'' = \frac{3+5}{4} = 2.$$

**Or d'après le cours:** $\sin(x) \in [-1; 1]$.

Dans ces conditions, **X'' est à rejeter** et donc: $\sin(x) = \frac{-1}{2}$.

$$\sin(x) = \frac{-1}{2} \iff \sin(x) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\iff x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \textbf{ou} \quad x = \pi - \frac{7\pi}{6} = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Au total, comme $x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} \bullet\ x = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ \bullet\ x = \dfrac{-\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**2. Résolvons l'équation $2\sin^2(x) + (\sqrt{2} - 2)\sin(x) - \sqrt{2} = 0$, dans $I = [-\pi ; \pi]$:**

Soit l'équation: $2\sin^2(x) + (\sqrt{2} - 2)\sin(x) - \sqrt{2} = 0 \quad (1)$.

En posant $X = \sin(x)$, l'équation $(1)$ devient: $2X^2 + (\sqrt{2} - 2)X - \sqrt{2} = 0$.

$\Delta = (\sqrt{2} - 2)^2 - 4 \times 2 \times (-\sqrt{2}) = 2 + 4\sqrt{2} + 4 = (\sqrt{2} + 2)^2 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes qui sont:

$$X' = \frac{-(\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{2} + 2)}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad X'' = \frac{-(\sqrt{2} - 2) + (\sqrt{2} + 2)}{4} = 1.$$

Dans ces conditions: $\sin(x) = \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$ ou $\sin(x) = 1$.

• $\sin(x) = \dfrac{-\sqrt{2}}{2} \iff \sin(x) = \sin\left(\pi + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)$

$\iff x = \dfrac{5\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = \pi - \dfrac{5\pi}{4} = \dfrac{-\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Comme $x \in ]-\pi ; \pi]$, les solutions sont: $\dfrac{-3\pi}{4}$ et $\dfrac{-\pi}{4}$.

• $\sin(x) = 1 \iff \sin(x) = \sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow$ $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ou $x = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Comme $x \in ]-\pi; \pi]$, la solution est: $\frac{\pi}{2}$.

En conclusion, les solutions dans $]-\pi; \pi]$ sont: $\frac{-3\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$.