Spé Maths
Terminale

Équations & Inéquations Trigonométriques

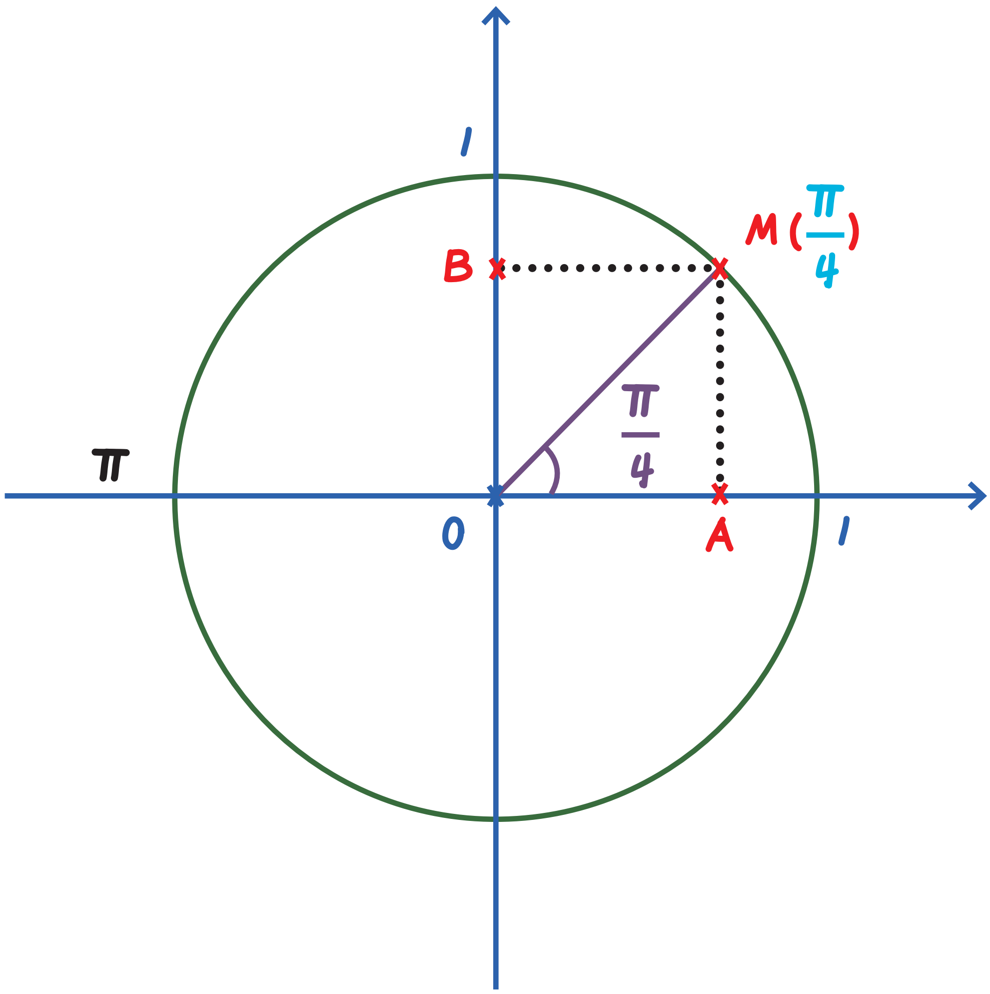
CORRIGÉ DE L'EXERCICE

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ET $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ GÉOMÉTRIQUEMENT ...

CORRECTION

1. Traçons un cercle trigonométrique et plaçons $M\left(x = \frac{\pi}{4}\right)$:

Nous avons le cercle trigonométrique suivant:



Notons que: • Un triangle isocèle est un triangle qui a **deux côtés égaux**.

• De plus, un triangle isocèle a **deux angles de même mesure**.

2. Calculons géométriquement $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$:

Sur le graphique, l'angle $\widehat{AOM}$ est donc $\frac{\pi}{4}$.

Comme le triangle AOM est isocèle en O et est rectangle en A:

$$\widehat{AOM} = \widehat{OMA} = \frac{\pi}{4} \text{ et } \widehat{OAM} = \frac{\pi}{2}.$$

De plus, le fait que la somme des angles d'un triangle est toujours égale à π:

$$\widehat{AOM} + \widehat{OMA} + \widehat{OAM} = \pi.$$

Enfin, le triangle AOM étant isocèle: $OA = OB$ **cad** $\cos(x) = \sin(x)$.

Dans ces conditions: $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \iff \cos^2(x) + \cos^2(x) = 1$

$\iff 2\cos^2(x) = 1$

$\iff \cos^2(x) = \frac{1}{2}$.

Comme ici $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, $\cos(x) > 0$.

On a donc: $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}}$ **cad** $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.