Spé Maths
Terminale

Suites Géométriques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SOMME DES n TERMES D'UNE SUITE

CORRECTION

1. Calculons la somme des n premiers termes:

a. $U_n = 10^n$, $U_0 = 1$:

$$U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = U_0 \times \left(\frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q}\right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici: $U_0 = 1$ et $q = 10$.

Dans ces conditions: $U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = 1 \times \left(\frac{1 - 10^{(n+1)}}{1 - 10}\right)$.

Ainsi: $U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \frac{1}{9}(10^{(n+1)} - 1)$.

b. $U_n = 10 \times (7)^n$, $U_0 = 10$:

$$U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = U_0 \times \left(\frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q}\right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici: $U_0 = 10$ et $q = 7$.

Dans ces conditions: $U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = 10 \times \left(\frac{1 - 7^{(n+1)}}{1 - 7}\right)$.

Ainsi: $U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \frac{5}{3}(7^{(n+1)} - 1)$.

c. $U_n = 3^n$, $U_0 = 1$:

$$U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = U_0 \times \left(\frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q}\right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici: $U_0 = 1$ et $q = 3$.

Dans ces conditions: $U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = 1 \times \left(\frac{1 - 3^{(n+1)}}{1 - 3}\right)$.

Ainsi: $U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \frac{1}{2}\left(3^{(n+1)} - 1\right)$.

d. $U_n = 7 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-2)}$, $U_2 = 7$:

$$U_2 + U_3 + U_4 + \ldots + U_n = U_p \times \left(\frac{1 - q^{(n-p+1)}}{1 - q}\right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici: $p = 2$, $U_2 = 7$ et $q = \frac{1}{4}$.

Dans ces conditions: $U_2 + U_3 + U_4 + \ldots + U_n = 7 \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-2+1)}}{1 - \frac{1}{4}}\right)$.

Ainsi: $U_2 + U_3 + U_4 + \ldots + U_n = \frac{28}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-1)}\right)$.

e. $U_n = 3 \times (4)^{(n-3)}$, $U_3 = 3$:

$$U_3 + U_4 + U_5 + \ldots + U_n = U_p \times \left(\frac{1 - q^{(n-p+1)}}{1 - q}\right), \text{ avec } q \neq 1.$$

Or ici: $p = 3$, $U_3 = 3$ et $q = 4$.

Dans ces conditions: $U_3 + U_4 + U_5 + ... + U_n = 3 \times \left(\dfrac{1 - 4^{(n-3+1)}}{1 - 4}\right)$.

Ainsi: $U_3 + U_4 + U_5 + ... + U_n = 4^{(n-2)} - 1$.

f. $U_n = -3 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^{(n-1)}$, $U_1 = -3$:

$U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n = U_p \times \left(\dfrac{1 - q^{(n-p+1)}}{1 - q}\right)$, avec $q \neq 1$.

Or ici: $p = 1$, $U_1 = -3$ et $q = \dfrac{1}{2}$.

Dans ces conditions: $U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n = -3 \times \left(\dfrac{1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{(n-1+1)}}{1 - \dfrac{1}{2}}\right)$.

Ainsi: $U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n = 6\left(\left(\dfrac{1}{2}\right)^n - 1\right)$.

2. **Déterminons le sens de variation de chaque suite**:

a. $U_n = 10^n$, $U_0 = 1$:

Ici: (U_n) est une suite géométrique de raison $q = 10 > 1$ et de premier terme $U_0 = 1 > 0$.

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: **la suite (U_n) est croissante sur IN.**

b. $U_n = 10 \times (7)^n$, $U_0 = 10$:

Ici: (U_n) est une suite géométrique de raison $q = 7 > 1$ et de premier terme $U_0 = 10 > 0$.

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite (U_n) est croissante sur IN.

c. $U_n = 3^n$, $U_0 = 1$:

Ici: (U_n) est une suite géométrique de raison $q = 3 > 1$ et de premier terme $U_0 = 1 > 0$.

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite (U_n) est croissante sur IN.

d. $U_n = 7 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-2)}$, $U_2 = 7$:

Ici: (U_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4} \in]\,0, 1\,[$ et de premier terme $U_2 = 7 > 0$.

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite (U_n) est décroissante pour tout entier naturel $n \geq 2$.

e. $U_n = 3 \times (4)^{(n-3)}$, $U_3 = 3$:

Ici: (U_n) est une suite géométrique de raison $q = 4 > 1$ et de premier terme $U_3 = 3 > 0$.

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite (U_n) est croissante pour tout entier naturel $n \geq 3$.

f. $U_n = -3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{(n-1)}$, $U_1 = -3$:

Ici: (U_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2} \in]\,0, 1\,[$ et de premier terme $U_1 = -3 < 0$.

Donc d'après le cours, nous pouvons affirmer que: la suite (U_n) est croissante pour tout entier naturel $n \geq 1$.