

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Suites  
arithmético-géométriques



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# PISCINEPLUS

## ÉNONCÉ

L'entreprise PiscinePlus, implantée dans le sud de la France, propose des contrats annuels d'entretien aux propriétaires de piscines privées.

Le patron de cette entreprise remarque que, chaque année, **12% de contrats supplémentaires sont souscrits et 6 contrats résiliés**. Il se fonde sur ce constat pour estimer le nombre de contrats annuels à venir.

En 2015, l'entreprise PiscinePlus dénombrait **75 contrats souscrits**:  $U_0 = 75$ .

On modélise la situation par une suite  $(U_n)$  où  $U_n$  représente le nombre de contrats souscrits auprès de l'entreprise PiscinePlus l'année 2015 + n.

1. a. Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2016.

b. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a:  $U_{n+1} = 1,12 U_n - 6$ .

2. L'entreprise PiscinePlus peut prendre en charge un maximum de 100 contrats avec son nombre actuel de salariés. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.

On cherche à connaître en quelle année l'entreprise devra embaucher. Pour cela, on utilise l'algorithme suivant:

|    |              |                                  |
|----|--------------|----------------------------------|
| L1 | Variables :  | $n$ est un nombre entier naturel |
| L2 |              | $U$ est un nombre réel           |
| L3 | Traitement : | Affecter à $n$ la valeur 0       |
| L4 |              | Affecter à $U$ la valeur 75      |
| L5 |              | Tant que $U \leq 100$ faire      |
| L6 |              | $n$ prend la valeur $n + 1$      |
| L7 |              | $U$ prend la valeur $1,12 U - 6$ |
| L8 |              | Fin Tant que                     |
| L9 | Sortie :     | Afficher.....                    |

- a. Recopier et compléter la ligne L9.
- b. Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour permettre la réalisation de l'algorithme ci-dessus. On arrondira les résultats à l'unité.

|               |    |  |  |
|---------------|----|--|--|
| Valeur de $n$ | 0  |  |  |
| Valeur de $U$ | 75 |  |  |

- c. Donner la valeur affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme puis interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.
3. On pose pour tout entier naturel  $n$ :  $V_n = U_n - 50$ .
- a. Montrer que la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
- b. En déduire l'expression de  $V_n$  en fonction de  $n$  puis montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a:  $U_n = 25 \times 1,12^n + 50$ .
- c. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation  $U_n > 100$ .
- d. Quel résultat de la question 2. retrouve-t-on ?