

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

PISCINEPLUS

ÉNONCÉ

L'entreprise PiscinePlus, implantée dans le sud de la France, propose des contrats annuels d'entretien aux propriétaires de piscines privées.

Le patron de cette entreprise remarque que, chaque année, **12% de contrats supplémentaires sont souscrits et 6 contrats résiliés**. Il se fonde sur ce constat pour estimer le nombre de contrats annuels à venir.

En 2015, l'entreprise PiscinePlus dénombrait **75 contrats souscrits**: $U_0 = 75$.

On modélise la situation par une suite (U_n) où U_n représente le nombre de contrats souscrits auprès de l'entreprise PiscinePlus l'année 2015 + n.

1. a. Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2016.

b. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a: $U_{n+1} = 1,12 U_n - 6$.

2. L'entreprise PiscinePlus peut prendre en charge un maximum de 100 contrats avec son nombre actuel de salariés. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.

On cherche à connaître en quelle année l'entreprise devra embaucher. Pour cela, on utilise l'algorithme suivant:

L1	Variables :	n est un nombre entier naturel
L2		U est un nombre réel
L3	Traitement :	Affecter à n la valeur 0
L4		Affecter à U la valeur 75
L5		Tant que $U \leq 100$ faire
L6		n prend la valeur $n + 1$
L7		U prend la valeur $1,12 U - 6$
L8		Fin Tant que
L9	Sortie :	Afficher.....

- a. Recopier et compléter la ligne L9.
- b. Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour permettre la réalisation de l'algorithme ci-dessus. On arrondira les résultats à l'unité.

Valeur de n	0		
Valeur de U	75		

- c. Donner la valeur affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme puis interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.
3. On pose pour tout entier naturel n : $V_n = U_n - 50$.
- a. Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
- b. En déduire l'expression de V_n en fonction de n puis montrer que, pour tout entier naturel n , on a: $U_n = 25 \times 1,12^n + 50$.
- c. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $U_n > 100$.
- d. Quel résultat de la question 2. retrouve-t-on ?