

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Suites  
arithmético-géométriques



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

1. a. Estimons le nombre de contrats d'entretien en 2016:

Il s'agit de calculer  $U_1$ .

$$U_1 = (1 + 12\%) U_0 - 6 \Leftrightarrow U_1 = 1,12 \times 75 - 6$$

$$\Leftrightarrow U_1 = 84 - 6 \Rightarrow U_1 = 78 \text{ contrats souscrits.}$$

Ainsi, le nombre de contrats d'entretien en 2016 sera de: 78.

1. b. Montrons que, pour tout entier  $n$ ,  $U_{n+1} = 1,12 U_n - 6$ :

• D'après l'énoncé, en 2015, l'entreprise dénombrait 75 contrats souscrits.

D'où:  $U_0 = 75$ .

• De plus, chaque année leur nombre augmente de 12% et 6 contrats sont résiliés.

Soient: •  $U_{n+1}$ , le nombre de contrats souscrits en  $(2015 + (n + 1))$ ,

•  $U_n$ , le nombre de contrats souscrits en  $(2015 + (n))$ .

Pour tout entier naturel  $n$ , le nombre  $U_{n+1}$  de contrats souscrits est égal au nombre  $U_n$  de contrats souscrits augmenté de 12% et diminué de "6 contrats résiliés".

Donc pour tout entier naturel  $n$ :

$$U_{n+1} = U_n + 12\% U_n - 6 \Leftrightarrow U_{n+1} = 1,12 U_n - 6.$$

## 2. a. Recopions et complétons la ligne Lg:

D'après l'énoncé, on cherche à connaître en quelle année l'entreprise devra embaucher.

Or "n" correspond à l'année 2015 + n.

Ainsi, la ligne Lg s'écrit:

Lg | Sortie: | Afficher 2015 + n

## 2. b. Tableau recopié et complété:

Le tableau recopié et complété est le suivant :

Valeur de n	0	1	2	3	4	5	6	7
Valeur de U	75	78	81	85	89	94	99	105

## 2. c. Donnons et interprétons la valeur affichée à la fin de l'exécution:

La valeur affichée est:  $n = 7$  (cad 2022).

Cela signifie que l'entreprise devra embaucher à partir de la 7<sup>ème</sup> année cad 2022.

## 3. a. Montrons que $(V_n)$ est géométrique et déterminons $V_0$ et q:

$$V_n = U_n - 50 \Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 50$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = (1,12 U_n - 6) - 50 \quad (1).$$

Or:  $V_0 = U_0 - 50 \Rightarrow V_0 = 25$  et  $U_n = V_n + 50$ .

Ainsi:  $(1) \Leftrightarrow V_{n+1} = (1,12 [V_n + 50] - 6) - 50$

$$\Rightarrow V_{n+1} = 1,12 V_n$$

Par conséquent,  $(V_n)$  est bien une suite géométrique de raison  $q = 1,12$  et de premier terme  $V_0 = 25$ .

### 3. b. b1. Exprimons $V_n$ en fonction de $n$ :

Comme  $V_{n+1} = 1,12 V_n$ , d'après le cours nous pouvons affirmer que:

$$V_n = V_0 \times (1,12)^n, \text{ avec: } V_0 = 25.$$

### 3. b. b2. Déduisons-en que pour tout entier naturel $n$ , $U_n = 25 \times 1,12^n + 50$ :

Nous savons que: \*  $V_n = 25 \times (1,12)^n$

$$* U_n = V_n + 50.$$

D'où:  $U_n = 25 \times 1,12^n + 50$ .

### 3. c. Résolvons l'inéquation $U_n > 100$ :

$$U_n > 100 \Leftrightarrow 25 \times 1,12^n + 50 > 100$$

$$\Leftrightarrow 1,12^n > 2$$

$$\Leftrightarrow n \ln(1,12) > \ln 2$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln 2}{\ln(1,12)}, \text{ car: } 1,12 > 1, \text{ et donc: } \ln(1,12) > 0$$

$$\Rightarrow n > 6,1162.$$

Nous prendrons  $n = 7$  ans car  $n$  est un entier naturel.

Cela signifie qu'à partir de 2022 ( $2015 + 7$ ), le nombre de contrats souscrits dépassera le nombre 100.

### 3. d. Quel résultat de la question 2., retrouve-t-on ?

Nous retrouvons l'affichage de l'algorithme cad l'année  $2015 + 7$  (2022).