

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LES PHOTOCOPIEURS

ÉNONCÉ

Une société propose des contrats annuels d'entretien de photocopieurs.

Le directeur de cette société remarque que, chaque année, **14% de contrats supplémentaires sont souscrits et 7 contrats sont résiliés**.

En 2017, l'entreprise dénombrait 120 contrats souscrits.

On modélise la situation par une suite (U_n) où U_n est le nombre de contrats souscrits l'année 2017 + n.

Ainsi, on a: $U_0 = 120$.

1. a. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a: $U_{n+1} = 1,14 U_n - 7$.

b. Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2018.

2. Compte tenu de ses capacités structurelles actuelles, l'entreprise ne peut prendre en charge qu'un maximum de 190 contrats. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.

On cherche donc à savoir en quelle année, l'entreprise devra embaucher.

Pour cela, on utilise l'algorithme suivant:

$n \leftarrow 0$
 $u \leftarrow 120$
 Tant que
 $n \leftarrow n + 1$

 Fin Tant que
 Afficher $2017 + n$

- a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus.
- b. Quelle est l'année affichée en sortie de l'algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
3. On définit la suite (V_n) par $V_n = U_n - 50$ pour tout entier naturel n .
- a. Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme V_0 .
- b. Exprimer V_n en fonction de n puis démontrer que, pour tout entier naturel n :

$$U_n = 70 \times 1,14^n + 50.$$

- c. Résoudre par le calcul l'inéquation $U_n > 190$.

Quel résultat de la question 2. retrouve-t-on ?