

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LES INSCRIPTIONS

ÉNONCÉ

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 150$ et pour tout entier naturel n :

$$U_{n+1} = 0,8 U_n + 45.$$

1. Calculer U_1 et U_2 .
2. Voici deux propositions d'algorithmes:

<p>Variables : N est un entier naturel U est un nombre réel</p> <p>Initialisation : U prend la valeur 150 N prend la valeur 0</p> <p>Traitement : Tant que $U \geq 220$ U prend la valeur $0,8 \times U + 45$ N prend la valeur $N + 1$ Fin Tant que</p> <p>Sortie : Afficher N</p>
--

Algorithme 1

<p>Variables : N est un entier naturel U est un nombre réel</p> <p>Initialisation : U prend la valeur 150 N prend la valeur 0</p> <p>Traitement : Tant que $U < 220$ U prend la valeur $0,8 \times U + 45$ N prend la valeur $N + 1$ Fin Tant que</p> <p>Sortie : Afficher N</p>
--

Algorithme 2

- a. Un seul de ces algorithmes permet de calculer puis d'afficher le plus petit entier naturel n tel que $U_n \geq 220$.

Préciser lequel en justifiant pourquoi l'autre algorithme ne le permet pas.

b. Quelle est la valeur numérique affichée par l'algorithme choisi à la question précédente ?

3. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$V_n = U_n - 225.$$

a. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique et préciser son premier terme et sa raison.

b. En déduire que pour tout entier naturel n , $U_n = 225 - 75 \times 0,8^n$.

4. Une petite ville de province organise chaque année une course à pied dans les rues de son centre. En 2015, le nombre de participants à cette course était de 150.

On fait l'hypothèse que d'une année sur l'autre :

- 20% des participants ne reviennent pas l'année suivante ;
- 45 nouveaux participants s'inscrivent à la course.

La petite taille des ruelles du centre historique de la ville oblige les organisateurs à limiter le nombre de participants à 250.

Vont-ils devoir refuser des inscriptions dans les années à venir ?