

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Suites  
arithmético-géométriques



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# LES INSCRIPTIONS

## CORRECTION

1. Calculons  $U_1$  et  $U_2$ :

- Il s'agit de calculer  $U_1$ .

$$U_1 = 0,8 U_0 + 45 \Leftrightarrow U_1 = 0,8 \times 150 + 45$$

$$\Rightarrow U_1 = 165.$$

Ainsi:  $U_1 = 165$ .

- Il s'agit de calculer  $U_2$ .

$$U_2 = 0,8 U_1 + 45 \Leftrightarrow U_2 = 0,8 \times 165 + 45$$

$$\Rightarrow U_2 = 177.$$

Ainsi:  $U_2 = 177$ .

2. a. Précisons lequel des deux algorithmes choisir en justifiant:

Le bon algorithme est le: n° 2.

En effet, en ce qui concerne le n° 1, il y a deux lignes qui se contredisent:

- $U$  prend la valeur 150
- Tant que  $U \geq 220$

(la valeur de  $U$  est initialisée à  $150 < 220$ ).

2. b. Déterminons la valeur numérique affichée par l'algorithme:

A l'aide d'une calculatrice, on trouve:  $U_{13} \approx 220,9$ .

Ainsi, la valeur numérique affichée par l'algorithme est:

$$N = 13 \text{ car } 220,9 > 220.$$

3. a. Montrons que  $(V_n)$  est une suite géométrique et déterminons  $V_0$  et  $q$ :

$$V_n = U_n - 225 \Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 225$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = (0,8U_n + 45) - 225 \quad (1).$$

Or:  $V_0 = U_0 - 225 \Rightarrow V_0 = -75$  et  $U_n = V_n + 225$ .

Ainsi:  $(1) \Leftrightarrow V_{n+1} = (0,8[V_n + 225] + 45) - 225$

$$\Rightarrow V_{n+1} = 0,8V_n.$$

Par conséquent,  $(V_n)$  est bien une suite géométrique de raison  $q = 0,8$  et de premier terme  $V_0 = -75$ .

3. b. Dédisons-en que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_n = 225 - 75 \times 0,8^n$ :

Nous savons que: \*  $V_n = -75 \times (0,8)^n$  (d'après le cours)

$$* U_n = V_n + 225.$$

D'où:  $U_n = -75 \times (0,8)^n + 225$  ou  $U_n = 225 - 75 \times (0,8)^n$ .

4. Vont-ils devoir refuser des inscriptions dans les années à venir ?

Notons que les 2 hypothèses reviennent à dire que nous sommes en présence de la suite  $(U_n)$ .

Il s'agit de déterminer " n " tel que:  $U_n < 250$ .

$$U_n < 250 \Leftrightarrow 225 - 75 \times (0,8)^n < 250$$

$$\Leftrightarrow -75 \times (0,8)^n < 25$$

$$\Leftrightarrow (0,8)^n > -\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow n \ln(0,8) > \ln\left(-\frac{1}{3}\right) \quad (2).$$

L'inéquation (2) est impossible car:  $-\frac{1}{3} < 0$ .

Dans ce cas, nous pouvons affirmer qu'aucune inscription ne sera refusée dans les années à venir.