Spé Maths
Terminale

Suites arithmético-géométriques

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LE NOUVEAU LYCÉE

ÉNONCÉ

Dans une ville, un nouveau lycée vient d'ouvrir ses portes et accueille pour sa première rentrée 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30% de l'effectif et l'arrivée de 300 nouveaux élèves.

On modélise cette situation par une suite numérique (U_n) où U_n représente le nombre d'élèves inscrits au lycée pour l'année 2013 + n, avec n entier naturel.

On a donc: $U_0 = 500$.

1. **a**. Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2014.

   b. Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2015.

2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a: $U_{n+1} = 0,7 \times U_n + 300$.

3. On souhaite, pour un entier n donné, afficher tous les termes de (U_n) du rang 0 au rang n.

   Lequel des trois algorithmes suivants permet d'obtenir le résultat souhaité ?

Freemaths : Tous droits réservés

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0{,}7 \times u + 300$ Fin Pour **Fin algorithme**	**Variables :** n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0{,}7 \times u + 300$ Fin Pour Afficher u **Fin algorithme**	**Variables :** n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n u prend la valeur $0{,}7 \times u + 300$ Fin Pour Afficher u **Fin algorithme**

4. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par:

$$V_n = U_n - 1000.$$

a. Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.

b. En déduire que, pour tout entier naturel n, $U_n = 1000 - 500 \times 0,7^n$.

c. Déterminer la limite de la suite (U_n).

d. Interpréter le résultat.

5. a. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation: $U_n \geqslant 990$.

b. Interpréter le résultat.

Freemaths : Tous droits réservés