

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LA MAISON DE CAMPAGNE

ÉNONCÉ

À l'automne 2010, Claude achète une maison à la campagne ; il dispose d'un terrain de 1500m^2 entièrement engazonné. Mais tous les ans, 20% de la surface engazonnée est détruite et remplacée par de la mousse. Claude arrache alors, à chaque automne, la mousse sur une surface de 50m^2 et la remplace par du gazon.

Pour tout nombre entier naturel n , on note U_n la surface en m^2 de terrain engazonné au bout de n années, c'est-à-dire à l'automne $2010 + n$. On a donc $U_0 = 1500$.

1. Calculer U_1 .
2. Justifier que, pour tout nombre entier naturel n , $U_{n+1} = 0,8 U_n + 50$.
3. On considère la suite (V_n) définie pour tout nombre entier naturel n par:

$$V_n = U_n - 250.$$

- a. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.
- b. Exprimer V_n en fonction de n .

En déduire que, pour tout nombre entier naturel n , $U_n = 250 + 1250 \times 0,8^n$.

c. Quelle est la surface de terrain engazonné au bout de 4 années ?

4. a. Déterminer par le calcul la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que:

$$250 + 1250 \times 0,8^n < 500$$

Interpréter le résultat obtenu.

b. Compléter l'algorithme fourni ci-dessous pour qu'il affiche la solution obtenue à la question précédente.

Initialisation

u prend la valeur 1500

n prend la valeur 0

Traitement

Tant que faire

u prend la valeur

n prend la valeur

Fin Tant que

Sortie

Afficher n

5. Claude est certain que les mauvaises herbes ne peuvent envahir la totalité de son terrain. A-t-il raison ?