

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

CRÉDIT À LA CONSO !

ÉNONCÉ

En janvier 2016, une personne se décide à acheter un scooter au prix de 5700 euros sans apport personnel. Le vendeur lui propose un crédit à la consommation d'un montant de 5700 euros, au taux mensuel de 1,5%.

Par ailleurs, la mensualité fixée à 300 euros est versée par l'emprunteur à l'organisme de crédit le 25 de chaque mois. Ainsi, le capital restant dû augmente de 1,5% puis baisse de 300 euros.

Le premier versement a lieu le 25 février 2016.

On note U_n le capital restant dû en euros juste après la n -ième mensualité.

On convient que $U_0 = 5700$.

1. a. Démontrer que U_1 , capital restant dû au 26 février 2016 juste après la première mensualité, est de 5485,50 euros.

b. Calculer U_2 .

2. On admet que la suite (U_n) est définie pour tout entier naturel n par:

$$U_{n+1} = 1,015 U_n - 300.$$

On considère l'algorithme suivant:

Variables :	n est un entier naturel u est un nombre réel
Traitement :	Affecter à u la valeur 5 700 Affecter à n la valeur 0 Tant que $u > 4\,500$ faire u prend la valeur $1,015 \times u - 300$ n prend la valeur $n + 1$ Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

- a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaires entre la deuxième et la dernière colonne.

Valeur de u	5700		
Valeur de n	0		
$u > 4\,500$?	vrai	vrai	faux

- b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ?
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

3. Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par: $V_n = U_n - 20\,000$.
- a. Montrer que pour tout entier naturel n , on a: $V_{n+1} = 1,015 \times V_n$.
- b. En déduire que pour tout entier naturel n , on a: $U_n = 20\,000 - 14\,300 \times 1,015^n$.
4. À l'aide de la réponse précédente, répondre aux questions suivantes:
- a. Démontrer qu'une valeur approchée du capital restant dû par l'emprunteur au 26 avril 2017 est 2 121,68 euros.
- b. Déterminer le nombre de mensualités nécessaires pour rembourser intégralement le prêt.

- c. Quel sera le montant de la dernière mensualité ?
- d. Lorsque la personne aura terminé de rembourser son crédit à la consommation, quel sera le coût total de son achat ?