

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Suites  
arithmético-géométriques



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# CRÉDIT À LA CONSO !

## CORRECTION

1. a. Démontrons que  $U_1 = 5\,485,50$  €:

Il s'agit de calculer  $U_1$ .

$$U_1 = (1 + 1,5\%) U_0 - 300 \Leftrightarrow U_1 = 1,015 \times 5\,700 - 300$$

$$\Leftrightarrow U_1 = 5\,785,50 - 300 \Rightarrow U_1 = 5\,485,50 \text{ €.}$$

Ainsi, le capital restant dû au 26 février 2016, juste après la première mensualité, est de:  $5\,485,50$  €.

1. b. Calculons  $U_2$ :

Il s'agit de calculer  $U_2$ .

$$U_2 = (1 + 1,5\%) U_1 - 300 \Leftrightarrow U_2 = 1,015 \times 5\,485,50 - 300$$

$$\Rightarrow U_2 = 5\,267,78 \text{ €.}$$

Ainsi, le capital restant dû au 26 mars 2016, juste après la seconde mensualité, est de:  $5\,267,78$  €.

2. a. Recopions et complétons le tableau:

$U_{n+1} = 1,015 U_n - 300$ , d'où le tableau complété suivant:

Valeur de $u$	5700	5 485,50	5 267,78	5 046,80	4 822,50	4 594,84	4 363,76
Valeur de $n$	0	1	2	3	4	5	6
$u > 4500$	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Faux

2. b. Déterminons la valeur affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme et interprétons:

La valeur affichée est:  $n = 6$ .

Cela signifie que le capital restant dû sera inférieur à 4500€ à partir du sixième mois de remboursement.

3. a. Montrons que  $(V_n)$  est géométrique, avec  $V_{n+1} = 1,015 \times V_n$ :

$$\begin{aligned} V_n = U_n - 20000 &\Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 20000 \\ &\Leftrightarrow V_{n+1} = (1,015 U_n - 300) - 20000 \quad (1). \end{aligned}$$

Or:  $V_0 = U_0 - 20000 \Rightarrow V_0 = -14300$  et  $U_n = V_n + 20000$ .

Ainsi:  $(1) \Leftrightarrow V_{n+1} = (1,015 [V_n + 20000] - 300) - 20000$   
 $\Rightarrow V_{n+1} = 1,015 V_n$ .

Par conséquent,  $(V_n)$  est bien une suite géométrique de raison  $q = 1,015$  et de premier terme  $V_0 = -14300$ .

3. b. Déduisons-en que pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_n = 20000 - 14300 \times 1,015^n$ :

Comme  $V_{n+1} = 1,015 V_n$ , d'après le cours nous pouvons affirmer que:

$$V_n = V_0 \times (1,015)^n, \text{ avec: } V_0 = -14300.$$

De plus, nous savons que: \*  $V_n = -14300 \times (1,015)^n$   
 \*  $U_n = V_n + 20000$ .

D'où:  $U_n = -14300 \times (1,015)^n + 20000$ .

OU BIEN:  $U_n = 20000 - 14300 \times (1,015)^n$ .

4. a. Déterminons le montant du capital restant dû au 26 avril 2017:

Cela revient à calculer  $U_{15}$  car le 25 avril 2017 a lieu le remboursement de la quinzième mensualité.

$$U_{15} = 20000 - 14300 \times (1,015)^{15} \Rightarrow U_{15} = 2121,68 \text{ €}.$$

Ainsi, le capital restant dû au 26 avril 2017, juste après la quinzième mensualité, est de: 2121,68 €.

4. b. Déterminons le nombre de mensualités nécessaires pour rembourser intégralement le prêt:

Il s'agit de déterminer " n " tel que:  $U_n = 0$ .

$$U_n = 0 \Leftrightarrow 20000 - 14300 \times 1,015^n = 0$$

$$\Leftrightarrow 1,015^n = 1,3986$$

$$\Leftrightarrow n \ln(1,015) = \ln(1,3986)$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{\ln(1,3986)}{\ln(1,015)}$$

$$\Rightarrow n = 22,5321.$$

Nous prendrons  $n = 23$  mois car  $n$  est un entier naturel.

Cela signifie que le prêt sera intégralement remboursé après la 23<sup>ème</sup> mensualité cad le 26 janvier 2018.

4. c. Déterminons le montant de la dernière mensualité:

Nous devons calculer le montant de la 23<sup>ème</sup> mensualité.

Pour cela nous allons préalablement déterminer le capital restant dû, juste après le remboursement de la 22<sup>ème</sup> mensualité.

Il s'agit de calculer  $U_{22}$ .

$$U_{22} = 20000 - 14300 \times 1,015^{22}, \text{ cad: } U_{22} = 157,8391 \text{ €}.$$

Ainsi, le capital restant dû le 26 décembre 2017 est de: 157,8391€.

Dans ces conditions, la 23<sup>ème</sup> mensualité, réglée le 25 janvier 2018 sera de:

$$M_{23} = 157,8391€ \times 1,015 \Rightarrow M_{23} = 160,2066€.$$

En conclusion, le montant de la dernière mensualité sera de: 160,2066€.

#### 4. d. Déterminons le coût total de son achat:

Soit CT, le coût total de son achat.

$$CT = 22 \times 300€^1 + 160,2066€^2 \Rightarrow CT = 6760,2066€.$$

1 = 22 mensualités de 300€ ;

2 = 1 mensualité de 160,2066€.

Son coût total est donc d'un montant de: 6760,2066€.