

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

AGRICULTURE BIO

ÉNONCÉ

En 2018, Laurence, souhaitant se lancer dans l'agriculture biologique, a acheté une ferme de 14 hectares de pommiers. Elle estime qu'il y a 300 pommiers par hectare. Chaque année, Laurence éliminera 4% des pommiers existants et replantera 22 nouveaux pommiers par hectare.

Pour tout entier naturel n , on note U_n le nombre de pommiers par hectare l'année 2018 + n . On a ainsi: $U_0 = 300$.

1. a. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $U_{n+1} = 0,96 U_n + 22$.

b. Estimer le nombre de pommiers par hectare, arrondi à l'unité, en 2020.

2. Laurence veut savoir à partir de quelle année la densité de pommiers dépassera le nombre de 400 pommiers par hectare. Pour cela, on utilise l'algorithme suivant:

$N \leftarrow 0$ $U \leftarrow 300$ Tant que $U \dots$ $N \leftarrow N + 1$ $U \leftarrow \dots$ Fin Tant que
--

a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus pour qu'il détermine le rang² de l'année cherchée.

b. Quelle est la valeur de N en sortie de l'algorithme ?

3. On définit la suite (V_n) en posant $V_n = U_n - 550$, pour tout entier naturel n .

a. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme V_0 .

b. Pour tout entier naturel n , exprimer V_n en fonction de n puis démontrer que:

$$U_n = 550 - 250 \times 0,96^n.$$

c. Estimer le nombre de pommiers de l'exploitation de Laurence en 2025.

d. En résolvant l'inéquation $U_n > 400$, retrouver le résultat obtenu à la question 2. b.