

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Raisonner par **Ré**ccurrence



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

EXPRESSION D'UNE SUITE PAR RÉCURRENCE

2

CORRECTION

Montrons par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = 3(1 - 2^n)$:

Nous allons montrer par récurrence que:

" pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$: $U_n = 3(1 - 2^n)$ ".

Initialisation: • $U_0 = 3(1 - 2^0) = 3(1 - 1) = 0$, d'après l'énoncé.

Donc vrai au rang " 0 ".

$$\bullet U_1 = 2U_0 - 3 = 2 \times 0 - 3 = -3.$$

$$\text{Et: } U_1 = 3(1 - 2^1) = -3.$$

Donc vrai au rang " 1 ".

Hérédité: Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $U_n = 3(1 - 2^n)$
et montrons qu'alors $U_{n+1} = 3(1 - 2^{(n+1)})$.

Supposons: $U_n = 3(1 - 2^n)$, pour un entier naturel n fixé.
(1)

$$(1) \Rightarrow 2U_n = 6(1 - 2^n)$$

$$\Rightarrow 2 u_n - 3 = 6(1 - 2^n) - 3$$

$$\Rightarrow 2 u_n - 3 = 6 - 6 \times 2^n - 3$$

$$\Rightarrow 2 u_n - 3 = 3 - 6 \times 2^n$$

$$\Rightarrow 2 u_n - 3 = 3 - 3 \times 2^{(n+1)}$$

$$\Rightarrow u_{n+1} = 3(1 - 2^{(n+1)}).$$

Conclusion: pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3(1 - 2^n)$.