

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Triangle de **Pascal**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

COEFFICIENTS BINOMIAUX

6

CORRECTION

1. Calculons $\binom{10}{3}$, $\frac{10}{3} \times \binom{9}{2}$ et concluons:

$$\bullet \binom{10}{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!(7)!}$$

$$\bullet \frac{10}{3} \times \binom{9}{2} = \frac{10}{3} \times \left[\frac{9!}{2!(9-2)!} \right] = \frac{10 \times 9!}{3 \times 2!(7)!}$$

$$= \frac{10!}{3!(7)!}$$

Ainsi, nous pouvons conclure que: $\binom{10}{3} = \frac{10}{3} \times \binom{9}{2}$.

2. Calculons $\binom{12}{4}$, $3 \times \binom{11}{3}$ et concluons:

$$\bullet \binom{12}{4} = \frac{12!}{4!(12-4)!} = \frac{12!}{4!(8)!}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet 3 \times \binom{11}{3} &= 3 \times \left[\frac{11!}{3! (11-3)!} \right] = \frac{12}{4} \times \left[\frac{11!}{3! (8)!} \right] \\
 &= \frac{12 \times 11!}{4 \times 3! (8)!} \\
 &= \frac{12!}{4! (8)!}
 \end{aligned}$$

Ainsi, nous pouvons conclure que: $\binom{12}{4} = 3 \times \binom{11}{3}$.

3. Montrons que pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \mathbb{N}$ ($0 \leq k \leq n$), $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \times \binom{n-1}{k-1}$:

Pour tout entier naturel n et entier naturel k , avec $0 \leq k \leq n$:

$$\begin{aligned}
 \binom{n}{k} &= \frac{n!}{k! (n-k)!} = \frac{(n) \times (n-1)!}{(k) \times (k-1)! (n-k)!} \\
 &= \frac{n}{k} \times \left[\frac{(n-1)!}{(k-1)! ((n-1) - (k-1))!} \right] \\
 &= \frac{n}{k} \times \binom{n-1}{k-1}.
 \end{aligned}$$

Ainsi, pour tous entiers naturels n et k ($0 \leq k \leq n$), nous avons toujours:

$$\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \times \binom{n-1}{k-1}.$$