Spé Maths
Terminale

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MÉDAILLES DÉFECTUEUSES

CORRECTION

1. Précisons la loi que suit X ainsi que ses paramètres:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **choisir au hasard un lot de 20 médailles dans la production**.

Soient les événements **A** = " la médaille est défectueuse ", et $\overline{A}$ = " la médaille n'est pas défectueuse ".

On désigne par **X** le nombre de fois où l'événement **A** s'est réalisé au cours des 20 épreuves.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 20 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: **A** et $\overline{A}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de **A** suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 20$ **et** $p = 2,6$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(20\,;\,2,6)$.

2. Calculons la probabilité qu'il y ait au plus une médaille défectueuse dans ce lot:

Ici, nous devons calculer: $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k . (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où ici: $P(X \leq 1) = \binom{20}{0}(2,6\%)^0 (1 - 2,6\%)^{20} + \binom{20}{1}(2,6\%)^1 (1 - 2,6\%)^{19}$

$\Rightarrow$ $P(X \leq 1) \approx 90,6\%$ (calculatrice).

Au total, il y a 90,6% de chance pour qu'il y ait au plus 1 médaille défectueuse dans ce lot de 20 médailles.

3. a. Calculons E (X):

D'après le cours: $E(X) = n . p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 20 \times 0,026$

$= 0,52$ médaille défectueuse.

3. b. Déduisons-en V (X):

D'après le cours: $V(X) = n . p . (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 20 \times 0,026 \times 0,974$

$\approx 0,507$.