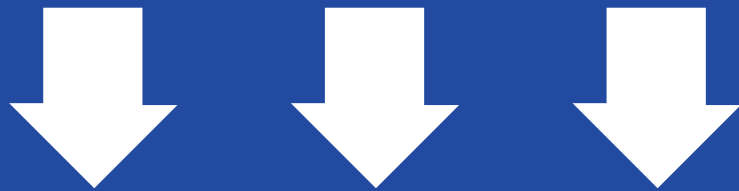


[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Bernoulli & binomiale



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# LES GUIRLANDES

## CORRECTION

1. a. Montrons que  $P(I) = 0,3$ :

Nous devons calculer:  $P(I)$ .

Or, l'événement  $I = (I \cap A) \cup (I \cap B)$ .

$$\begin{aligned} \text{D'où: } P(I) &= P(I \cap A) + P(I \cap B) \\ &= P_A(I) \times P(A) + P_B(I) \times P(B). \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi: } P(I) = \frac{1}{4} \times 40\% + \frac{1}{3} \times 60\% \Rightarrow P(I) = 30\%.$$

Au total, nous avons bien:  $P(I) = 0,3$ .

1. b. Le responsable a-t-il raison ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer  $P_{\bar{I}}(A)$  et comparer

la réponse obtenue à  $\frac{1}{2}$  car: "autant de chance qu'elle provienne du

fournisseur A que du fournisseur B" =  $50\% = \frac{1}{2}$ .

$$P_{\bar{I}}(A) = \frac{P(\bar{I} \cap A)}{P(\bar{I})}$$

$$= \frac{P_A(\bar{I}) - P(A)}{P(\bar{I})}$$

$$\text{Ainsi: } P_{\bar{I}}(A) = \frac{\frac{3}{4} \times 40\%}{1 - P(I)}$$

$$= \frac{\frac{3}{4} \times 40\%}{0,7} \Rightarrow P_{\bar{I}}(A) = \frac{3}{7}$$

Au total: comme  $\frac{3}{7} \neq \frac{1}{2}$ , le responsable a tort.

2. Calculons le prix moyen d'une guirlande prélevée au hasard dans le stock:

- La probabilité d'être en présence d'une guirlande uniquement d'intérieur est:

$$P(I) = 30\%$$

- La probabilité d'être en présence d'une guirlande d'intérieur et d'extérieur est:

$$P(\bar{I}) = 70\%$$

- Le prix d'une guirlande uniquement d'intérieur est de: 3 €.
- Le prix d'une guirlande d'intérieur et d'extérieur est de: 5 €.

Dans ces conditions, le prix moyen d'une guirlande est de:

$$\text{Prix}_{\text{Moyen}} = 3 \times 30\% + 5 \times 70\% \Rightarrow \text{Prix}_{\text{Moyen}} = 4,40 \text{ €}$$

Au total, le prix moyen d'une guirlande prélevée au hasard dans les stocks est de: 4,40 euros.

### 3. Calculons la probabilité qu'au moins une guirlande soit défectueuse:

Soit l'expérience aléatoire consistant à prélever au hasard 50 guirlandes dans le stock: le stock est suffisamment grand pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

Soient les événements  $D$  = " la guirlande est défectueuse ", et  $\bar{D}$  = " la guirlande n'est pas défectueuse ".

On désigne par  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de guirlandes défectueuses parmi les 50 guirlandes tirées au hasard.

**Cette expérience est un schéma de Bernoulli.**

Nous sommes en présence de 50 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles:  $D$  et  $\bar{D}$ .

La variable aléatoire discrète  $X$  représentant le nombre de réalisations de  $D$  suit donc **une loi binomiale** de paramètres:  **$n=50$  et  $p=2\%$** .

Et nous pouvons noter:  **$X \rightsquigarrow B(50; 2\%)$** .

Il s'agit de calculer ici:  **$P(X \geq 1)$** , avec  $X \rightsquigarrow B(50; 2\%)$ .

$$\begin{aligned} \text{Or: } P(X \geq 1) &= 1 - P(X < 1) \\ &= 1 - P(X = 0) \\ &= 1 - \binom{50}{0} (2\%)^0 (1 - 2\%)^{50} \\ &= 1 - (98\%)^{50} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(X \geq 1) \approx 63,58\% \text{ ou: } P(X \geq 1) \approx 63,6\% \text{ (calculatrice).}$$

Au total, la probabilité qu'au moins une guirlande soit défectueuse est d'environ: **63,6%**.