

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Bernoulli & binomiale



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

1. a. Déterminons en justifiant la loi de la variable aléatoire  $X$ :

Soit l'expérience aléatoire consistant à interroger 700 personnes.

Soient les événements  $A =$  " la personne interrogée accepte de répondre à la question ", et  $\bar{A} =$  " la personne interrogée refuse de répondre à la question ".

On désigne par  $X$  le nombre de fois où l'événement  $A$  s'est réalisé au cours des 700 épreuves.

**Cette expérience est un schéma de Bernoulli.**

Nous sommes en présence de 700 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles:  $A$  et  $\bar{A}$ .

La variable aléatoire discrète  $X$  représentant le nombre de réalisations de  $A$  suit donc **une loi binomiale** de paramètres:  $n = 700$  et  $p = 0,6$ .

Et nous pouvons noter:  $X \rightsquigarrow B(700; 0,6)$ .

1. b. Déterminons la meilleure approximation de  $P(X \geq 400)$ :

Ici, nous devons calculer:  $P(X \geq 400)$ , avec  $X \rightsquigarrow B(700; 0,6)$ .

Soit  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier  $k$ ,  $0 \leq k \leq n$ , la probabilité d'obtenir  $k$  succès sur  $n$  épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\text{D'où ici: } P(X \geq 400) = 1 - P(X \leq 399)$$

$$\Rightarrow P(X \geq 400) \approx 0,9427 \quad (\text{calculatrice}).$$

D'où la meilleure approximation de  $P(X \geq 400)$  est: 94%.

## 2. Déterminons le nombre de personnes demandées:

Cela revient à déterminer " $n$ " tel que:

$$P(X \geq 400) > 0,9, \text{ avec } X \sim B(n; 0,6\%).$$

Grâce à la question précédente, nous savons déjà que:

$$P(X \geq 400) \approx 0,9427, \text{ quand } n = 700.$$

Donc nous pouvons affirmer que:  $n < 700$ .

$$P(X \geq 400) > 0,9 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 399) > 0,9$$

$$\Leftrightarrow P(X \leq 399) < 0,1.$$

À l'aide d'une machine à calculer et avec  $n = 694$ , on trouve:

$$P(X \leq 399) \approx 0,0955.$$

Nous retiendrons donc:  $n = 694$  personnes.

Ainsi l'institut doit interroger au minimum 694 personnes pour garantir, avec une probabilité supérieure à 0.9, que le nombre de personnes répondant au sondage soit supérieur ou égal à 400.