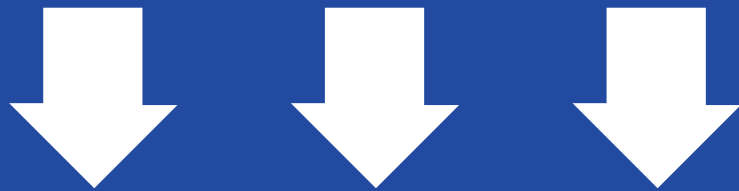


www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

FAUT ÉCLAIRER

CORRECTION

1. Montrons que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à environ 0,9305:

Cela revient à montrer que: $P(\bar{D}) \approx 0,9305$.

L'événement $\bar{D} = (\bar{D} \cap A) \cup (\bar{D} \cap B)$.

$$\begin{aligned} \text{D'où: } P(\bar{D}) &= P(\bar{D} \cap A) + P(\bar{D} \cap B) \\ &= P_A(\bar{D}) \times P(A) + P_B(\bar{D}) \times P(B). \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi: } P(\bar{D}) = 92\% \times 65\% + 95\% \times 35\%$$

$$\Rightarrow P(\bar{D}) \approx 0,9305.$$

Au total, il y a environ 93,05% de chance de tirer une ampoule sans défaut.

2. Calculons la probabilité que l'ampoule tirée sans défaut provienne de la machine A:

Cela revient à calculer: $P_{\bar{D}}(A)$.

$$P_{\bar{D}}(A) = \frac{P(\bar{D} \cap A)}{P(\bar{D})}$$

$$= \frac{P_A(\bar{D}) \times P(A)}{P(\bar{D})}$$

Ainsi: $P_{\bar{D}}(A) = \frac{92\% \times 65\%}{93,05\%} \Rightarrow P_{\bar{D}}(A) \approx 64,26\%$

Au total, il y a environ **64,26% de chance** que l'ampoule tirée sans défaut provienne de la machine A.

3. Calculons la probabilité d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut:

Soit l'expérience aléatoire consistant à prélever au hasard 10 ampoules dans la production d'une journée à la sortie de la machine A.

Soient les événements D = " l'ampoule présente un défaut ", et \bar{D} = " l'ampoule est sans défaut ".

On désigne par X le nombre d'ampoules sans défaut contenues dans ce lot de 10 ampoules.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 10 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: D et \bar{D} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de \bar{D} suit donc **une loi binomiale** de paramètres: **$n = 10$ et $p = 0,92$.**

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(10; 0,92)$.

Il s'agit de calculer ici: $P(X \geq 9)$, avec $X \rightsquigarrow B(10; 0,92)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\text{D'où ici: } P(X \geq 9) = P(X = 9) + P(X = 10)$$

$$= \binom{10}{9} (0,92)^9 (1 - 0,92)^1 + \binom{10}{10} (0,92)^{10}$$

$$\Rightarrow P(X \geq 9) \approx 0,8121 \text{ (calculatrice).}$$

Au total, il y a environ 81,21% de chance d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut.

3. Calculons $E(X)$ et $V(X)$:

- D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 10 \times 0,92$

$$= 9,2 \text{ ampoules sans défaut.}$$

- D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 10 \times 0,92 \times 0,08$

$$= 0,736.$$