Spé Maths
Terminale

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

AVOIR UN GARÇON

CORRECTION

1. **Déterminons la probabilité d'avoir 3 garçons et 2 filles:**

- Soit l'expérience aléatoire consistant à **donner naissance à 5 enfants**.

La probabilité d'avoir **un garçon est de 48%**.

Soient les événements G = " donner naissance à un garçon ", et $\overline{G}$ = " donner naissance à une fille ".

On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de garçons présents parmi les 5 enfants.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 5 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: G et $\overline{G}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de G suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 5$ **et** $p = 48\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(5\,;\,48\%)$.

Freemaths : Tous droits réservés

• Dans ces conditions, il s'agit de calculer ici: $P(X=3)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

Or ici: $n = 5$ et $p = 48\%$.

D'où: $P(\text{" d'avoir 3 garçons et 2 filles "}) = P(X=3)$

$$= \binom{5}{3} (48\%)^3 \cdot (1 - 48\%)^{(5-3)}$$

$$= \left(\frac{5\,!}{3\,!\,(5-3)\,!}\right)(0,48)^3 \cdot (0,52)^2$$

$$\approx 0,299.$$

Ainsi, la probabilité d'avoir 3 garçons et 2 filles est d'environ: 29,9%.

2. Calculons E (X):

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 5 \times 0,48$

$= 2,4$ garçons.

Freemaths : Tous droits réservés

3. Déduisons-en V (X):

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 5 \times 0,48 \times 0,52$

$= 1,248$.

Freemaths : Tous droits réservés