

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Loi **G**rands **N**ombres



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

Loi des grands nombres

12

Énoncé

Plusieurs méthodes pour résoudre un même problème.

« On lance 200 fois une pièce de monnaie non truquée. Peut-on affirmer qu'il y a au moins une chance sur deux que le nombre de « Pile » obtenus soit compris, au sens large, entre 91 et 109 ? »

Pour tenter de répondre à cette question, on envisage plusieurs méthodes.

1. On désigne par S la variable aléatoire égale au nombre de « Pile » obtenus lors des 200 lancers.

On s'intéresse ainsi dans cet exercice à l'évènement « $91 \leq S \leq 109$ ». Préciser la loi suivie par S , son espérance $E(S)$ et sa variance.

2. **Méthode 1.** Montrer que $91 \leq S \leq 109$ si et seulement si $|S - E(S)| \leq 9$.

Minorer la probabilité de l'évènement « $|S - E(S)| \leq 9$ ». Quelle conclusion en tirer ?

3. **Méthode 2.** Montrer que l'évènement contraire de l'évènement « $91 \leq S \leq 109$ » est l'évènement « $|S - E(S)| \geq 10$ ». Majorer la probabilité de cet évènement. Quelle conclusion en tirer ?

4. **Méthode 3.** Calcul direct avec Python.

4.1. Pour tout entier k tel que $0 \leq k \leq 200$, exprimer en fonction de k la probabilité de l'évènement « $S = k$ ».

4.2. NB. La fonction **comb**, affectée de deux arguments n et k calcule le coefficient binomial $\binom{n}{k}$.

Le contenu de « range » a été volontairement effacé. Le rétablir afin que l'algorithme **calculdirect** calcule la probabilité de l'évènement « $91 \leq S \leq 109$ ».

Commenter l'affichage obtenu à l'exécution de l'algorithme.

```
>>> from math import comb
>>> def calculdirect():
    p=0
    for k in range( ):
        pk=comb(200, k)/2**200
        p=p+pk
    return p

>>> calculdirect()
0.8210359604667486
```