

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Espérance & Variance



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

$$X, Y \text{ ET } Z = X + Y$$

CORRECTION

1. Calculons $E(X)$ et $E(Y)$:

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) \times x_i$.

- Ici, pour la variable aléatoire X , nous avons:

$$\begin{aligned} E(X) &= (0,1 \times 0) + (0,2 \times 1) + (0,7 \times 2) \\ &= 1,6. \end{aligned}$$

- Ici, pour la variable aléatoire Y , nous avons:

$$\begin{aligned} E(Y) &= (0,5 \times 1) + (0,2 \times 3) + (0,3 \times 4) \\ &= 2,3. \end{aligned}$$

2. Calculons $V(X)$ et $V(Y)$:

D'après le cours: $V(X) = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) \times x_i^2 - [E(X)]^2$.

- Ici, pour la variable aléatoire X , nous avons:

$$V(X) = (0,1 \times 0^2) + (0,2 \times 1^2) + (0,7 \times 2^2) - [1,6]^2$$

$$= 0,44.$$

• Ici, pour la variable aléatoire Y , nous avons:

$$V(Y) = (0,5 \times 1^2) + (0,2 \times 3^2) + (0,3 \times 4^2) - [2,3]^2$$

$$= 1,81.$$

3. a. Déduisons-en la loi de probabilité de $Z = X + Y$:

Soit $Z(\Omega)$ l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable aléatoire Z :

$$Z(\Omega) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Notons que: • $1 = [(x=0) \cap (y=1)]$

• $2 = [(x=1) \cap (y=1)]$

• $3 = [(x=0) \cap (y=3)] + [(x=2) \cap (y=1)]$

• $4 = [(x=0) \cap (y=4)] + [(x=1) \cap (y=3)]$

• $5 = [(x=1) \cap (y=4)] + [(x=2) \cap (y=3)]$

• $6 = [(x=2) \cap (y=4)].$

Dans ces conditions: • $P(1) = (0,1 \times 0,5)$

• $P(2) = (0,2 \times 0,5)$

• $P(3) = (0,1 \times 0,2) + (0,7 \times 0,5)$

• $P(4) = (0,1 \times 0,3) + (0,2 \times 0,2)$

- $P(5) = (0,2 \times 0,3) + (0,7 \times 0,2)$

- $P(6) = (0,7 \times 0,3)$

D'où la loi de probabilité de la variable aléatoire $Z = X + Y$:

z_i	1	2	3	4	5	6
$P(Z = z_i)$	0,05	0,1	0,37	0,07	0,2	0,21

3. b. Calculons $E(Z)$ et $V(Z)$:

- $E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 3,9$.

- $V(Z) = V(X + Y) = V(X) + V(Y) = 2,25$.