

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Espérance & Variance



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

PIÈCE & DÉ : ON LANCE !

CORRECTION

1. Déterminons la loi de probabilité de X:

- Les valeurs que peut prendre la variable aléatoire (v.a.) X sont:

$$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

Ainsi, $X(\Omega)$ l'ensemble des valeurs que peut prendre la v.a. X est:

$$X(\Omega) = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

- Ici, l'univers Ω est l'ensemble de tous les couples (a, b), "a" étant le résultat du dé et "b" celui de la pièce, résultant de l'expérience aléatoire consistant à lancer simultanément un dé non pipé et une pièce de monnaie dont les faces sont marquées +3 et -3.

Dans ces conditions: $\Omega = \{(1, -3), (1, 3), (2, -3), (2, 3), (3, -3), (3, 3), (4, -3), (4, 3), (5, -3), (5, 3), (6, -3), (6, 3)\}.$

Ainsi, il y a 12 couples.

Il est bon de noter que: la probabilité d'avoir un couple (a, b) est de $\frac{1}{6}$

(le dé) multiplié par $\frac{1}{2}$ (la pièce de monnaie) soit de $\frac{1}{12}$.

- Nous avons: • $P(X = -2) = \frac{1}{12};$
- $P(X = -1) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 0) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 1) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 2) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 3) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 4) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 5) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 6) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 7) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 8) = \frac{1}{12};$
- $P(X = 9) = \frac{1}{12}.$

Notons que:

- les valeurs prises par la v.a. X sont équiprobables,

- $P(X = -2) + P(X = -1) + P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$
 $+ P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7)$
 $+ P(X = 8) + P(X = 9) = 1.$

- La loi de probabilité de la v.a. X est donc:

x_i	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

2. a. Calculons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) \times x_i.$

Ici: $E(X) = \left(\frac{1}{12} \times -2\right) + \left(\frac{1}{12} \times -1\right) + \left(\frac{1}{12} \times 0\right) + \dots + \left(\frac{1}{12} \times 9\right) = \frac{7}{2}.$

2. b. Calculons $V(X)$:

D'après le cours: $V(X) = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) \times x_i^2 - [E(X)]^2.$

Ici: $V(X) = \left(\frac{1}{12} \times (-2)^2\right) + \left(\frac{1}{12} \times (-1)^2\right) + \left(\frac{1}{12} \times (0)^2\right) + \dots + \left(\frac{1}{12} \times 9^2\right)$

$$- \left[\frac{7}{2}\right]^2 = \frac{143}{12}.$$

3. Déterminons la valeur de $P(X < 4)$:

Nous avons: $P(X < 4) = P(X \leq 3).$

Dans ces conditions: $P(X < 4) = P(X = -2) + P(X = -1) + P(X = 0)$
 $+ P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Ainsi, la probabilité que la variable aléatoire X soit strictement inférieure à 4 est de 50%.