

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Espérance & Variance



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ON GAGNE 5 €, ON PERD 15 €

CORRECTION

1. Déterminons la loi de probabilité de X:

- Les valeurs que peut prendre la variable aléatoire (v.a.) X sont:

$$3€ (5€ - 2€), 1€ (3€ - 2€), -17€ (-15€ - 2€).$$

Ainsi, $X(\Omega)$ l'ensemble des valeurs que peut prendre la v.a. X est:

$$X(\Omega) = \{3€, 1€, -17€\}.$$

- Ici, l'univers Ω est: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Ainsi, il y a 6 possibilités.

- Nous avons: $P(X = 3€) = P(\text{obtenir } 1) + P(\text{obtenir } 2) + P(\text{obtenir } 3)$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{2};$$

- $P(X = 1€) = P(\text{obtenir } 4) + P(\text{obtenir } 5)$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{2}{6};$$

- $P(X = -17\text{€}) = P(\text{obtenir } 6)$

$$= \frac{1}{6}$$

Notons que: $P(X = 3\text{€}) + P(X = 1\text{€}) + P(X = -17\text{€}) = 1$.

- La loi de probabilité de la v.a. X est donc:

x_i	3€	1€	-17€
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

2. Calculons et interprétons l'espérance de ce jeu:

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) \times x_i$.

Ici: $E(X) = \left(\frac{1}{2} \times 3\right) + \left(\frac{2}{6} \times 1\right) + \left(\frac{1}{6} \times -17\right) = -1\text{€} < 0$.

Interprétation: Cela signifie qu'en moyenne, sur un grand nombre de parties jouées, un joueur va perdre 1€ par partie.

De plus, comme $E(X) < 0$: le jeu n'est pas équitable.

3. Calculons l'écart type $\sigma(X)$:

D'après le cours, nous savons que:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}, \text{ avec } V(X) = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) \cdot x_i^2 - [E(X)]^2.$$

$$\text{Ici: } V(X) = \left(\frac{1}{2} \times 3^2\right) + \left(\frac{2}{6} \times 1^2\right) + \left(\frac{1}{6} \times (-17)^2\right) - [-1]^2 = 52.$$

On en déduit alors l'écart type: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 7,211 \text{€}.$