Spé Maths
Terminale

Espérance & Variance

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LANCER SIMULTANÉ DE 2 DÉS DISTINCTS

CORRECTION

1. Déterminons la loi de probabilité de X:

- Les valeurs que peut prendre la variable aléatoire (v.a.) X sont:

$$2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.$$

Ainsi, X (Ω) l'ensemble des valeurs que peut prendre la v.a. X est:

$$X(\Omega) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 \}.$$

- Nous savons que l'univers Ω ou ensemble fondamental est l'ensemble de toutes les réalisations possibles d'une expérience aléatoire.

Ici, Ω est l'ensemble de tous les couples ordonnés (a, b) résultant de l'expérience aléatoire consistant à lancer simultanément deux dés non pipés distincts.

" a " représente le résultat du premier dé et " b " celui du second.

Dans ces conditions: $\Omega = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$
$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$
$(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$
$(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$
$(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$
$(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) \}.$

Ainsi, il y a 36 couples.

- Nous avons:
  - $P(X=2) = \frac{1}{36}$;
  - $P(X=3) = \frac{2}{36}$;
  - $P(X=4) = \frac{3}{36}$;
  - $P(X=5) = \frac{4}{36}$;
  - $P(X=6) = \frac{5}{36}$;
  - $P(X=7) = \frac{6}{36}$;
  - $P(X=8) = \frac{5}{36}$;
  - $P(X=9) = \frac{4}{36}$;
  - $P(X=10) = \frac{3}{36}$;
  - $P(X=11) = \frac{2}{36}$;
  - $P(X=12) = \frac{1}{36}$.

Notons que: $P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) + P(X=8) + P(X=9) + P(X=10) + P(X=11) + P(X=12) = 1$.

• La loi de probabilité de la v.a. X est donc:

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

2. a. Calculons E (X):

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) \times x_i$.

Ici: $E(X) = \left(\frac{1}{36} \times 2\right) + \left(\frac{2}{36} \times 3\right) + \left(\frac{3}{36} \times 4\right) + \ldots + \left(\frac{1}{36} \times 12\right) = 7.$

2. b. Calculons V (X) et σ (X):

D'après le cours: $V(X) = \sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) \times x_i^2 - [E(X)]^2$.

Ici: $V(X) = \left(\frac{1}{36} \times 2^2\right) + \left(\frac{2}{36} \times 3^2\right) + \left(\frac{3}{36} \times 4^2\right) + \ldots + \left(\frac{1}{36} \times 12^2\right) - [7]^2$

$= \frac{35}{6}.$

On en déduit, l'écart type: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{35}{6}}.$