Spé Maths
Terminale

Arbres Pondérés

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA GARANTIE SOLEIL !

CORRECTION

1. Déterminons les valeurs prises par la variable aléatoire X:

Ici, X est la variable aléatoire égale au nombre de Journées Sans Soleil.

Nous pouvons distinguer 3 cas différents:

- 0 journée sans soleil, donc aucun remboursement
- 1 journée sans soleil, donc 1 remboursement de 100 €
- 2 journées sans soleil, donc 1 remboursement de 150 €.

Les valeurs que peut prendre X sont donc: **0, 1 et 2.**

Et par conséquent: $X(\Omega) = \{ 0 ; 1 ; 2 \}$.

Au total, les valeurs prises par la variable aléatoire X sont: 0, 1 et 2.

2. Représentons la situation à l'aide d'un arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

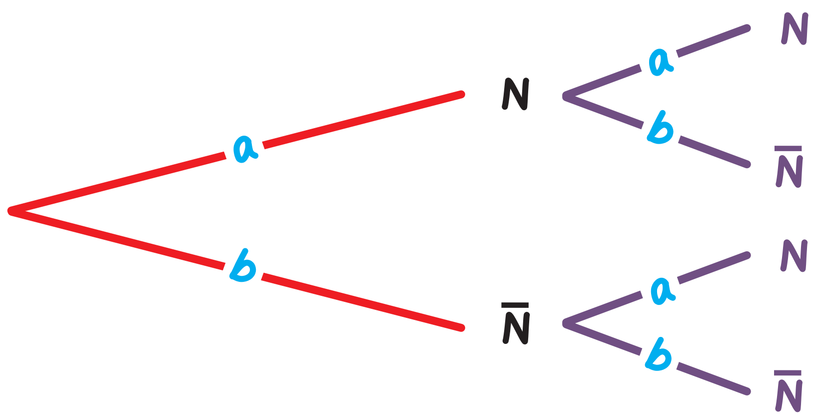
- N = " le jour observé est une Journée Sans Soleil "

  $\overline{N}$ = " le jour observé est une Journée Avec Soleil ".

- $P(N) = 0,1$

  $P(\overline{N}) = 1 - 0,1 = 0,90.$

D'où la situation illustrée par l'arbre de pondéré suivant:



, avec: $a = 0,1$; $b = 0,9$.

3. Calculons $P(X \geq 1)$ et interprétons le résultat:

L'événement $(X \geq 2)$ signifie: **" durant le week-end, il y aura au moins 1 Journée Sans Soleil ".**

L'événement $(X \geq 1) = (N \cap N) \cup (N \cap \overline{N}) \cup (\overline{N} \cap N)$.

D'où: $P(X \geq 1) = P(N \cap N) + P(N \cap \overline{N}) + P(\overline{N} \cap N)$.

Or:
- $P(N \cap N) + P(N \cap \overline{N}) + P(\overline{N} \cap N) = 1 - P(\overline{N} \cap \overline{N})$.
- On admet que les conditions météo d'un jour observé n'ont aucune influence sur le jour suivant.

Ainsi: $P(X \geq 1) = 1 - (0,9 \times 0,9)$ **cad** $\mathbf{P(X \geq 1) = 0,19}$.

Au total: $P(X \geq 1) = 19\%$ **ce qui signifie qu'il y a 19% de chance que durant le week-end, il y ait au moins 1 Journée Sans Soleil.**

4. Donnons la loi de probabilité de la variable aléatoire Y:

• **Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire Y ?**

Ici, Y est la variable aléatoire égale au gain découlant d'un éventuel remboursement, déduction faite du prix de l'assurance.

Nous pouvons distinguer 3 cas différents:

- 0 Journée Sans Soleil: Gain = - 30 €
- 1 Journée Sans Soleil: Gain = 100 € - 30 € = 70 €
- 2 Journées Sans Soleil: Gain = 150 € - 30 € = 120 €.

Les valeurs prises par la variable aléatoire Y sont donc:

- 30 €, 70 € et 120 €.

Et par conséquent: $Y(\Omega) = \{-30 ; 70 ; 120\}$.

• **$P(Y = -30)$, $P(Y = 70)$ et $P(Y = 120)$?**

Nous avons:
- $P(Y = -30) = P(\overline{N} \cap \overline{N}) = 0,9 \times 0,9$
- $P(Y = 70) = P(\overline{N} \cap N) + P(N \cap \overline{N}) = (0,9 \times 0,1) + (0,1 \times 0,9)$
- $P(Y = 120) = P(N \cap N) = 0,1 \times 0,1$.

Dans ces conditions: $P(Y = -30) = 0,81$, $P(Y = 70) = 0,18$ et $P(Y = 120) = 0,01$.

• **La loi de probabilité de la variable aléatoire Y est donc:**

y_i	- 30	70	120
$P(Y = y_i)$	81%	18%	1%

5. Calculons E (Y) et interprétons:

D'après le cours: $E(Y) = \sum_{i=1}^{n} P(Y = y_i) \times y_i$.

Ici: $E(Y) = (81\% \times (-30)) + (18\% \times 70) + (1\% \times 120)$

$= -10,5$ euros.

Au total: E (Y) = - 10, 5 € ce qui signifie qu'en moyenne un couple perdra 10, 5 euros.

C'est donc dans l'intérêt de l'agence de voyage de vendre des assurances " La Garantie Soleil " car perte de 10, 5 euros par couple = gain de 10, 5 euros par couple pour l'agence !