Spé Maths
Terminale

Arbres Pondérés

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

DVD DÉFECTUEUX OU NON ?

CORRECTION

Partie A:

1. Démontrons que la probabilité de l'événement R est 0, 134:

D'après l'énoncé, nous avons:

- D = " le DVD est défectueux ".
- $\overline{D}$ = " le DVD est non défectueux ".

- R = " le DVD est retiré du stock ".
- $\overline{R}$ = " le DVD n'est pas retiré du stock ".

- $P(D) = 6\%$
- $P(\overline{D}) = 1 - 6\% = 94\%$.

- $P_D(R) = 98\%$
- $P_D(\overline{R}) = 2\%$.

- $P_{\overline{D}}(R) = 1 - 92\% = 8\%$
- $P_{\overline{D}}(\overline{R}) = 92\%$.

Nous devons calculer: $P(R)$.

Or, l'événement $R = (R \cap D) \cup (R \cap \overline{D})$.

D'où: $P(R) = P(R \cap D) + P(R \cap \overline{D})$

$$= P_D(R) \times P(D) + P_{\overline{D}}(R) \times P(\overline{D}).$$

Ainsi: $P(R) = 98\% \times 6\% + 8\% \times 94\%$ cad: $P(R) = 13,4\%$.

Au total, nous avons bien: $P(R) = 13,4\%$.

2. Le responsable a-t-il raison ?

Pour répondre à cette question, nous devons calculer: $P_R(\overline{D})$.

$$P_R(\overline{D}) = \frac{P(R \cap \overline{D})}{P(R)}$$

$$= \frac{P_{\overline{D}}(R) \times P(\overline{D})}{P(R)}.$$

Ainsi: $P_R(\overline{D}) = \dfrac{8\% \times 94\%}{13,4\%}$ cad: $P_R(\overline{D}) \approx 56,12\%$.

Comme **56, 12% > 50%**: le responsable a **raison**.

Partie B:

Peut-on rejeter l'hypothèse selon laquelle, 6% des DVD sont défectueux ?

Pour répondre à cette question, nous allons construire un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95%.

Ici, nous avons: • $n = 150$

- $p = 6\%$
- $f = \dfrac{14}{150} \Rightarrow f \approx 9,33\%.$

Dans ces conditions:

$n = 150 \geqslant 30$, $n \cdot p = 9 \geqslant 5$ et $n \cdot (1 - p) = 141 \geqslant 5.$

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

cad: $I = \left[6\% - 1,96 \times \sqrt{\dfrac{6\% \times 94\%}{150}} ; 6\% + 1,96 \times \sqrt{\dfrac{6\% \times 94\%}{150}} \right].$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I = [\, 2,2\% ; 9,8\% \,].$

Or la fréquence " f ", sur l'échantillon, est telle que: $f = 9,33\% \in I.$

Ainsi, **non** on ne peut pas rejeter l'hypothèse selon laquelle, 6% des DVD sont défectueux.