Spé Maths
Terminale

Primitives d'une fonction

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES PRIMITIVES DE f ? 4

CORRECTION

Déterminons les primitives sur $]\,0\,;+\infty\,[$ de la fonction f :

- Ici: $f\,(x) = \dfrac{1 + \ln(x)}{x^2}$ et $\mathcal{D}f =]\,0\,;+\infty\,[$.

Notons que f est continue sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

Elle admet donc une primitive sur $]\,0\,;+\infty\,[$ cad une fonction F dérivable sur $]\,0\,;+\infty\,[$ telle que: $F' = f$.

Pour tout $x \in]\,0\,;+\infty\,[$: $F\,(x) = \dfrac{-2 - \ln(x)}{x}$.

Et nous avons bien, pour tout $x \in]\,0\,;+\infty\,[$:

$$F'\,(x) = \frac{\left(-\dfrac{1}{x}\right) \times (x) - (-2 - \ln(x)) \times (1)}{x^2} \qquad \left[\frac{U' \times V - U \times V'}{V^2}\right]$$

$$= \frac{-1 + 2 + \ln(x)}{x^2}$$

$$= \frac{1 + \ln(x)}{x^2}$$

$= f(x).$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit: $F(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x}.$

• Or, nous savons que toutes les primitives de f sur $]0; +\infty[$ sont de la forme: $G(x) = F(x) + c, c \in \mathbb{R}.$

Dans ces conditions, les primitives sur $]0; +\infty[$ de la fonction f sont:

$$G(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x} + c, c \in \mathbb{R}.$$

Par exemple: • $G(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x} + 7 \quad (c = 7)$

• $G(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x} - 69 \quad (c = -69)$

• $G(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x} + \frac{1}{6} \quad \left(c = \frac{1}{6}\right).$