Spé Maths
Terminale

Primitives d’une fonction

CORRIGÉ DE L’EXERCICE

LES PRIMITIVES DE f ? 3

CORRECTION

Déterminons les primitives sur $]0 ; +\infty[$ de la fonction f :

- Ici : $f(x) = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2}{x^3}$ et $\mathcal{D}f =]0 ; +\infty[$.

Notons que f est continue sur $]0 ; +\infty[$.

Elle admet donc une primitive sur $]0 ; +\infty[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ telle que : $F' = f$.

Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$: $F(x) = -\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$. $\left(= -x^{-1} + x^{-2}\right)$

Et nous avons bien, pour tout $x \in]0 ; +\infty[$: $F'(x) = -(-1) \times x^{-2} + (-2) \times x^{-3}$ $[n\, U^{n-1}]$

$$= x^{-2} - 2x^{-3}$$

$$= \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$$

$$= f(x).$$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit : $F(x) = -\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$.

- Or, nous savons que toutes les primitives de f sur $]0;+\infty[$ sont de la forme: $G(x) = F(x) + c,\ c \in \mathbb{R}$.

Dans ces conditions, les primitives sur $]0;+\infty[$ de la fonction f sont:

$$G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c,\ c \in \mathbb{R}.$$

Par exemple:

- $G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 66 \quad (c = 66)$
- $G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 104 \quad (c = -104)$
- $G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{31} \quad \left(c = -\frac{1}{31}\right).$