Spé Maths
Terminale

Primitives d’une fonction

CORRIGÉ DE L’EXERCICE

LA PRIMITIVE DE f QUI S'ANNULE EN $x = a$?

3

CORRECTION

1. Montrons que F est une primitive de f sur un intervalle I (à préciser):

Ici: $f(x) = \cos(3x + 2) + 4$.

f est continue sur $I = \mathbb{R}$.

Elle admet donc une primitive sur $\mathbb{R}$ cad une fonction F dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que: $F' = f$.

Or, d'après l'énoncé: $F(x) = \frac{1}{3}\sin(3x + 2) + 4x$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$, nous avons:

$$F'(x) = \left(\frac{1}{3}\right) \times [(3) \times \cos(3x + 2)] + 4 \quad \left[\frac{1}{3} \times [U' \times \cos(U)] + W'\right]$$

$$= \cos(3x + 2)] + 4$$

$$= f(x).$$

Ainsi: F est bien une primitive de f sur $I = \mathbb{R}$.

2. Déterminons la primitive de f qui s'annule en $a = \pi$:

Nous savons que toutes les primitives de f sur IR sont de la forme:

$$G(x) = F(x) + c$$

$$= \frac{1}{3} \sin(3x + 2) + 4x + c, \; c \in \mathbb{R}.$$

Déterminer la primitive de f qui s'annule en $a = \pi$ revient à trouver le nombre réel " c " tel que: $G(\pi) = 0$.

$$G(\pi) = 0 \iff \frac{1}{3} \sin(3\pi + 2) + 4\pi + c = 0$$

cad $c = -\left[\frac{1}{3} \sin(3\pi + 2) + 4\pi \right]$.

La primitive de f qui s'annule en $a = \pi$ s'écrit alors:

$$F(x) = \frac{1}{3} \sin(3x + 2) + 4x + \left(-\frac{1}{3} \sin(3\pi + 2) - 4\pi \right)$$

$$\left(c = -\frac{1}{3} \sin(3\pi + 2) - 4\pi \right)$$