

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Primitives d'une fonction



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA PRIMITIVE DE f QUI S'ANNULE EN $x = a$?

1

CORRECTION

1. Démontrons que F est une primitive de f sur un intervalle I (à préciser):

Ici: $f(x) = 3xe^x$.

f est continue sur $I = \mathbb{R}$.

Elle admet donc une primitive sur \mathbb{R} cad une fonction F dérivable sur \mathbb{R} telle que: $F' = f$.

Or, d'après l'énoncé: $F(x) = 3xe^x - 3e^x$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$, nous avons:

$$\begin{aligned} F'(x) &= (3)' \times (e^x) + (3x)' \times (e^x) - 3e^x \quad [U' \times V + U \times V' + W'] \\ &= 3e^x + 3xe^x - 3e^x \\ &= 3xe^x \\ &= f(x). \end{aligned}$$

Ainsi: F est bien une primitive de f sur $I = \mathbb{R}$.

2. Déterminons la primitive de f qui s'annule en $a = 1$:

Nous savons que toutes les primitives de f sur \mathbb{R} sont de la forme:

$$\begin{aligned} G(x) &= F(x) + c \\ &= 3xe^x - 3e^x + c, c \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Déterminer la primitive de f qui s'annule en $a = 1$ revient à trouver le nombre réel c tel que: $G(1) = 0$.

$$G(1) = 0 \Leftrightarrow 3e - 3e + c = 0 \quad \text{cad} \quad c = 0.$$

La primitive de f qui s'annule en $a = 1$ s'écrit alors:

$$F(x) = 3xe^x - 3e^x + (0) \quad (c = 0).$$