

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Intégrales par **IPP**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

DOUBLE INTÉGRATION PAR PARTIES

3

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_{-1}^1 (3x^2 + 4x) e^x dx.$

Soit $f(x) = (3x^2 + 4x) e^x$. f est continue sur $[-1; 1]$. Elle admet donc des primitives sur $[-1; 1]$ et par conséquent I existe.

Ayons recours à une intégration par parties (IPP) pour le calcul de l'intégrale I .

Posons: • $u(x) = 3x^2 + 4x$, d'où $u'(x) = 6x + 4$

• $v'(x) = e^x$, d'où $v(x) = e^x$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[-1; 1]$)

Dans ces conditions: $I = [u(x) \times v(x)]_{-1}^1 - \int_{-1}^1 v(x) \times u'(x) dx$

$$= [(3x^2 + 4x) \times (e^x)]_{-1}^1 - \int_{-1}^1 (e^x) \times (6x + 4) dx.$$

Procédons à une seconde intégration par parties pour le calcul de:

$$J = \int_{-1}^1 e^x (6x + 4) dx.$$

Soit $g(x) = e^x (6x + 4)$. g est continue sur $[-1; 1]$ Elle admet donc des primitives sur $[-1; 1]$ et par conséquent J existe.

Posons: • $u(x) = 6x + 4$, d'où $u'(x) = 6$

• $v'(x) = e^x$, d'où $v(x) = e^x$.

Dans ces conditions:
$$J = [(6x + 4) \times e^x]_{-1}^1 - \int_{-1}^1 (e^x) \times (6) dx$$

$$= [(6x + 4) e^x]_{-1}^1 - [6e^x]_{-1}^1$$

$$= 4e + 8e^{-1}.$$

Par conséquent:
$$I = [(3x^2 + 4x) e^x]_{-1}^1 - (4e + 8e^{-1})$$

$$= 3e - 7e^{-1}.$$

Au total, nous avons:
$$I = 3e - \frac{7}{e}.$$