Spé Maths
Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

7

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_1^3 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx.$

Soit $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$. f est continue sur $[1;3]$. Elle admet donc des primitives sur $[1;3]$ et par conséquent I **existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons: • $u(x) = \ln x$, d'où $u'(x) = \frac{1}{x}$

• $v'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, d'où $v(x) = 2\sqrt{x}$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[1;3]$)

Dans ces conditions: $I = [u(x) \times v(x)]_1^3 - \int_1^3 v(x) \times u'(x)\,dx$

$$= \Big[(\ln x) \times (2\sqrt{x}) \Big]_1^3 - \int_1^3 (2\sqrt{x}) \times \left(\frac{1}{x}\right) dx$$

$$= 2\left[\sqrt{x}\ \ln x\right]_1^3 - 2\int_1^3 \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$$

$$= 2\left[\sqrt{x}\ \ln x\right]_1^3 - 2\left[2\sqrt{x}\right]_1^3$$

$$= 2\left(\sqrt{3}\ \ln 3\right) - 2\left(2\sqrt{3} - 2\right)$$

$$= 2\sqrt{3}\left(-2 + \ln 3\right) + 4.$$

Au total, nous avons: $I = 2\sqrt{3}\left(-2 + \ln 3\right) + 4.$