Spé Maths
Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

6

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_0^1 \frac{x+1}{e^x}\,dx.$

Soit $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$. f est continue sur $[0; 1]$. Elle admet donc des primitives sur $[0; 1]$ et par conséquent I **existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons:
- $u(x) = x + 1$, d'où $u'(x) = 1$
- $v'(x) = \frac{1}{e^x}$, d'où $v(x) = -e^{-x}$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[0; 1]$)

Dans ces conditions: $I = [\,u(x) \times v(x)\,]_0^1 - \int_0^1 v(x) \times u'(x)\,dx$

$$= \Big[\,(x+1) \times (-e^{-x})\,\Big]_0^1 - \int_0^1 -e^{-x}\,dx$$

$$= - \left[(x+1)\, e^{-x} \right]_0^1 + \int_0^1 e^{-x}\, dx$$

$$= - \left[(x+1)\, e^{-x} \right]_0^1 + \left[- e^{-x} \right]_0^1$$

$$= - (2e^{-1} - 1) + (- e^{-1} + 1)$$

$$= - \frac{3}{e} + 2.$$

Au total, nous avons: $I = - \dfrac{3}{e} + 2.$