Spé Maths
Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP 5

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_1^4 \frac{\ln x}{x^3}\, dx$.

Soit $f(x) = \frac{\ln x}{x^3}$. f est continue sur $[1; 4]$. Elle admet donc des primitives sur $[1; 4]$ et par conséquent I **existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons: • $u(x) = \ln x$, d'où $u'(x) = \frac{1}{x}$

• $v'(x) = \frac{1}{x^3}$, d'où $v(x) = -\frac{1}{2x^2}$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[1; 4]$)

Dans ces conditions: $I = [\, u(x) \times v(x) \,]_1^4 - \int_1^4 v(x) \times u'(x)\, dx$

$$= \left[(\ln x) \times \left(-\frac{1}{2x^2} \right) \right]_1^4 - \int_1^4 \left(-\frac{1}{2x^2} \right) \times \left(\frac{1}{x} \right) dx$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x}{x^2}\right]_1^4 + \frac{1}{2}\int_1^4 \frac{1}{x^3}\,dx$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x}{x^2}\right]_1^4 + \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2x^2}\right]_1^4$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{\ln 4}{16}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{16} - 1\right)$$

$$= -\frac{\ln 2}{16} + \frac{15}{64}.$$

Au total, nous avons: $I = -\frac{\ln 2}{16} + \frac{15}{64}.$