Spé Maths
Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

4

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_2^3 \ln(x^2 - 1)\,dx$.

Soit $f(x) = \ln(x^2 - 1)$. f est continue sur $[2;3]$. Elle admet donc des primitives sur $[2;3]$ et par conséquent **I existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons:
- $u(x) = \ln(x^2 - 1)$, d'où $u'(x) = \dfrac{2x}{x^2 - 1}$
- $v'(x) = 1$, d'où $v(x) = x$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[2;3]$)

Dans ces conditions: $I = [u(x) \times v(x)]_2^3 - \int_2^3 v(x) \times u'(x)\,dx$

$$= \left[(\ln(x^2 - 1))\,(x) \right]_2^3 - \int_2^3 (x)\left(\frac{2x}{x^2 - 1}\right)dx$$

$$= \left[x \ln(x^2 - 1) \right]_2^3 - \int_2^3 2\,\frac{x^2}{x^2 - 1}\,dx$$

$$= \left[x \ln(x^2 - 1) \right]_2^3 - \int_2^3 \left(2 + \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x+1)} \right) dx$$

(car: $\frac{2x^2}{x^2 - 1} = 2 + \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x+1)}$)

$$= \left[x \ln(x^2 - 1) \right]_2^3 - \left[2x + \ln(x-1) - \ln(x+1) \right]_2^3$$

$$= (3\ln(8) - 2\ln(3)) - (6 + \ln(2) - \ln(4) - 4 + \ln(3))$$

$$= 10\ln 2 - 3\ln 3 - 2.$$

Au total, nous avons: $I = 10\ln 2 - 3\ln 3 - 2$.