

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Intégrales par **IPP**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

3

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx.$

Soit $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$. f est continue sur $[0; 1]$. Elle admet donc des primitives

sur $[0; 1]$ et par conséquent I existe.

Ayons recours à une intégration par parties (IPP) pour le calcul de l'intégrale I .

Posons: • $u(x) = x$, d'où $u'(x) = 1$

• $v'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$, d'où $v(x) = 2\sqrt{1+x}$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[0; 1]$)

Dans ces conditions: $I = [u(x) \times v(x)]_0^1 - \int_0^1 v(x) \times u'(x) dx$

$$= [(x) \times (2\sqrt{1+x})]_0^1 - \int_0^1 2\sqrt{1+x} dx$$

$$= 2 [x \sqrt{1+x}]'_0 - 2 \int_0^1 (1+x)^{1/2} dx$$

$$= 2 [x \sqrt{1+x}]'_0 - 2 \left[\frac{2}{3} (1+x)^{3/2} \right]'_0$$

$$= 2 (\sqrt{2} - 0) - \frac{4}{3} ((2)^{3/2} - 1)$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \sqrt{2}.$$

Au total, nous avons: $I = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \sqrt{2}.$