Spé Maths
Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

12

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_1^4 \ln^3(x)\,dx$.

Soit $f(x) = \ln^3(x)$. f est continue sur $[1; 4]$. Elle admet donc des primitives sur $[1; 4]$ et par conséquent I **existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons: • $u(x) = \ln^3(x) = (\ln x)^3$, d'où $u'(x) = \dfrac{3 \times (\ln x)^2}{x}$

• $v'(x) = 1$, d'où $v(x) = x$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[1; 4]$)

Dans ces conditions: $I = [u(x) \times v(x)]_1^4 - \int_1^4 v(x) \times u'(x)\,dx$

$$= \left[(\ln x)^3 \times (x) \right]_1^4 - \int_1^4 (x)\left(\frac{3 \times (\ln x)^2}{x}\right) dx$$

$$= \Big[x \cdot (\ln x)^3 \Big]_1^4 - 3 \int_1^4 (\ln x)^2 \, dx$$

$$= \Big[x \cdot (\ln x)^3 \Big]_1^4 - 3 \Big[x \cdot (\ln^2(x) - 2\ln x + 2) \Big]_1^4$$

(car si : $g(x) = x \times (\ln^2(x) - 2\ln x + 2)$, $g'(x) = \ln^2(x)$)

$$= 4(\ln 4)^3 - 3(4 \times (\ln^2(4) - 2\ln 4 + 2) - 2)$$

$$= 4(\ln 4)^3 - 12\ln^2(4) + 24\ln(4) - 18.$$

Au total, nous avons: $I = 4(\ln 4)^3 - 12\ln^2(4) + 24\ln(4) - 18.$