

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Intégrale, Synthèse

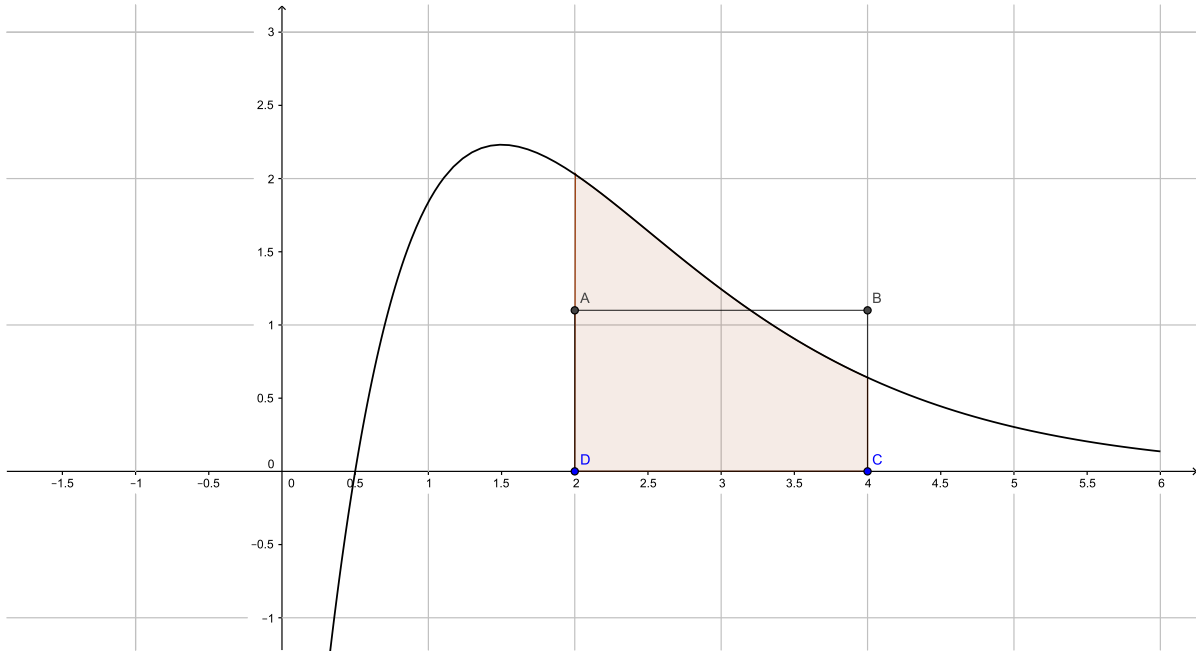


ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

INTÉGRALES, SYNTHÈSE

La courbe ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

ABCD est un rectangle, le point D a pour coordonnées $(2, 0)$ et le point C a pour coordonnées $(4, 0)$.



Partie

Dans cette partie A, les réponses seront données à partir d'une lecture graphique.

1. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$.
2. Avec la précision permise par le graphique, donner une valeur approchée du maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
3. Quel semble être le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[2 ; 6]$? Justifier.
4. Pour quelle(s) raison(s) peut-on penser que la courbe admet un point d'inflexion ?
5. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\int_1^4 f(x)dx$.

Partie B

La fonction f est la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par $f(x) = (10x - 5)e^{-x}$.

Un logiciel de calcul formel a donné les résultats suivants (on ne demande pas de les justifier) :

$$f'(x) = (-10x + 15)e^{-x} \quad \text{et} \quad f''(x) = (10x - 25)e^{-x}$$

1. Dresser le tableau de variation de f en précisant la valeur de l'extremum et les valeurs aux bornes de l'ensemble de définition.
2. Étudier la convexité de f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
3. Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par $F(x) = (-10x - 5)e^{-x}$ est une primitive de f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
4. En déduire la valeur exacte puis une valeur approchée au centième de $\int_2^4 f(x)dx$.
5. On souhaiterait que l'aire du rectangle ABCD soit égale à l'aire du domaine grisé sur la figure. Déterminer, à 0,01 près, la hauteur AD de ce rectangle.