

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Intégrale, Synthèse



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

INTÉGRALES, SYNTHÈSE

Partie A

Dans cette partie, les réponses seront données sans justification, avec la précision permise par le graphique situé en annexe.

Celui-ci présente dans un repère d'origine O la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 7]$.

1. Encadrer par deux entiers consécutifs chacune des solutions de l'équation $f(x) = 10$ sur l'intervalle $[0; 7]$.
2. Donner le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0; 7]$ et préciser la valeur en laquelle il est atteint.
3. La valeur de l'intégrale $\int_1^3 f(x) dx$ appartient à un seul des intervalles suivants. Lequel ?
(a) $[9; 17]$ (b) $[18; 26]$ (c) $[27; 35]$

Partie B

La courbe donnée en annexe est la représentation graphique de la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 7]$ d'expression :

$$f(x) = 2x e^{-x+3}$$

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .

1. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 7]$, $f'(x) = (-2x + 2)e^{-x+3}$.
2.
 - a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 7]$ puis en déduire le tableau de variation de la fonction f sur ce même intervalle.
 - b) Calculer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0; 7]$.
3.
 - a) Justifier que l'équation $f(x) = 10$ admet deux solutions sur l'intervalle $[0; 7]$ que l'on notera α et β avec $\alpha < \beta$.

b) On admet que $\alpha \simeq 0,36$ à 10^{-2} près.

Donner une valeur approchée de β à 10^{-2} près.

4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0;7]$ par :

$$F(x) = (-2x - 2)e^{-x+3}$$

a) Justifier que F est une primitive de f sur l'intervalle $[0;7]$.

b) Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine plan délimité par les droites d'équation $x = 1$, $x = 3$, l'axe des abscisses et la courbe \mathcal{C} .

5. La fonction f étudiée modélise le bénéfice d'une entreprise, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x centaines d'objets (x compris entre 0 et 7).

a) Calculer la valeur moyenne du bénéfice, à l'euro près, lorsque l'entreprise vend entre 100 et 300 objets.

b) L'entreprise souhaite que son bénéfice soit supérieur à 10 000 euros.

Déterminer le nombre d'objets possibles que l'entreprise devra vendre pour atteindre son objectif.

ANNEXE

