

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Intégrale, Synthèse



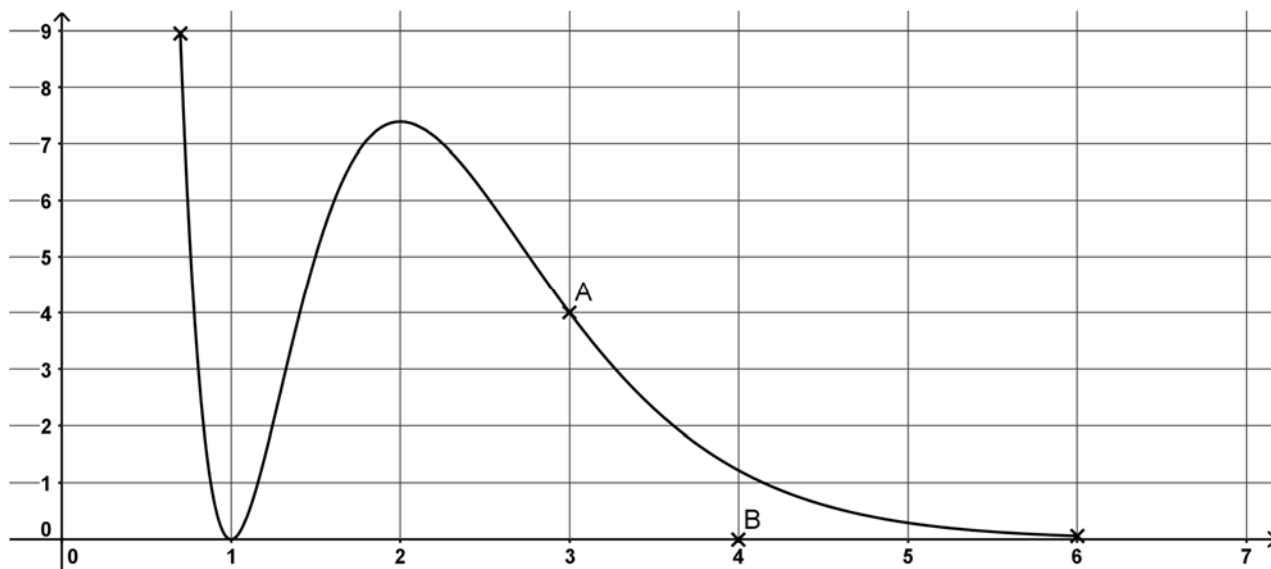
ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

INTÉGRALES, SYNTHÈSE

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0,7 ; 6]$; on suppose que f est dérivable.

PARTIE A : Étude graphique

On a représenté la fonction f sur le graphique ci-dessous.



- 1) La tangente au point d'abscisse 3 à la courbe représentative de f passe par les points $A(3 ; 4)$ et $B(4 ; 0)$. Déterminer $f'(3)$.
- 2) D'après le graphique ci-dessus, donner le tableau de signe de f' sur l'intervalle $[0,7 ; 6]$.

PARTIE B : Étude théorique

On admet que la fonction f est définie par $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{-2x+6}$.

- 1) Montrer que $f'(x) = (-2x^2 + 6x - 4)e^{-2x+6}$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .
- 2) Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,7 ; 6]$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,7 ; 6]$. On ne demande pas de calculer les ordonnées.

3) À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient les résultats ci-dessous qui pourront être utilisés sans être démontrés.

| | |
|----|---|
| L1 | $f'(x) := (-2x^2 + 6x - 4) * e^{(-2x + 6)}$ $\rightarrow f'(x) = (-2x^2 + 6x - 4)e^{-2x+6}$ |
| L2 | $g(x) := \text{Dérivée}[f'(x)]$ $\rightarrow g(x) = -16xe^{-2x+6} + 4x^2e^{-2x+6} + 14e^{-2x+6}$ |
| L3 | $\text{Factoriser}[g(x)]$ $\rightarrow 2e^{-2x+6}(2x^2 - 8x + 7)$ |
| L4 | $\text{Résoudre}[g(x) = 0]$ $\rightarrow \left\{ x = \frac{-\sqrt{2}+4}{2}; x = \frac{\sqrt{2}+4}{2} \right\}$ |
| L5 | $F(x) := \text{Primitive}[f(x)]$ $\rightarrow F(x) = \frac{1}{4}(-2x^2 + 2x - 1)e^{-2x+6}$ |

- a) Déterminer le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est concave.
- b) La courbe représentative de la fonction f admet-elle des points d'inflexion ? Si oui, en donner l'abscisse.
- c) On pose $I = \int_3^5 f(x)dx$. Calculer la valeur exacte de I puis la valeur arrondie à 10^{-1} .