

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Intégrale, Synthèse



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

INTÉGRALES, SYNTHÈSE

Dans cet exercice, si nécessaire, les valeurs numériques approchées seront données à 0,01 près.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;4]$ par :

$$f(x) = (3,6x + 2,4)e^{-0,6x} - 1,4$$

Partie A

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0;4]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Justifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0;4]$ on a :

$$f'(x) = (-2,16x + 2,16)e^{-0,6x}$$

2. a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;4]$.

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.

On donnera les valeurs numériques qui apparaissent dans le tableau de variation sous forme approchée.

3. On admet que la fonction F définie par :

$$F(x) = (-6x - 14)e^{-0,6x} - 1,4x$$

est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0;4]$.

Calculer la valeur exacte de $\int_0^4 f(x) dx$ puis en donner une valeur numérique approchée.

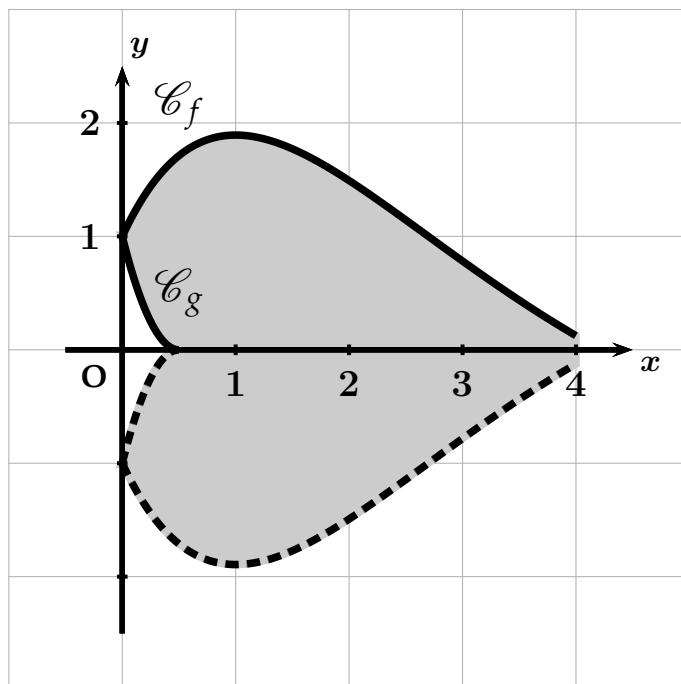
Partie B

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0;4]$. On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = 4x^2 - 4x + 1$$

On note \mathcal{C}_g la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle $[0;0,5]$.

On a tracé ci-dessous les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g dans un repère d'origine O et, en pointillés, les courbes obtenues par symétrie de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g par rapport à l'axe des abscisses :



1. Montrer que $\int_0^{0.5} g(x) dx = \frac{1}{6}$.
2. On considère le domaine plan délimité par les courbes \mathcal{C}_f , \mathcal{C}_g , leurs courbes symétriques (en pointillés) ainsi que la droite d'équation $x = 4$.
Ce domaine apparaît grisé sur la figure ci-dessus.
Calculer une valeur approchée de l'aire, en unités d'aire, de ce domaine.