

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Intégrale, Synthèse



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

INTÉGRALES, SYNTHÈSE

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ par

$$f(x) = (2x + 1)e^{-2x} + 3.$$

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère. Une représentation graphique est donnée en annexe.

1. On note f' la fonction dérivée de f . Montrer que, pour tout $x \in [-2 ; 4]$,

$$f'(x) = -4xe^{-2x}.$$

2. Étudier les variations de f .

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle $[-2 ; 0]$ et donner une valeur approchée au dixième de cette solution.

4. On note f'' la fonction dérivée de f' . On admet que, pour tout $x \in [-2 ; 4]$,

$$f''(x) = (8x - 4)e^{-2x}.$$

- a) Étudier le signe de f'' sur l'intervalle $[-2 ; 4]$.
- b) En déduire le plus grand intervalle dans $[-2 ; 4]$ sur lequel f est convexe.
5. On note g la fonction définie sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ par $g(x) = (2x + 1)e^{-2x}$.
- a) Vérifier que la fonction G définie pour tout $x \in [-2 ; 4]$ par $G(x) = (-x - 1)e^{-2x}$ est une primitive de la fonction g .
- b) En déduire une primitive F de f .
6. On note \mathcal{A} l'aire du domaine \mathcal{D} compris entre la courbe C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
- a) Hachurer le domaine \mathcal{D} sur le graphique donné en annexe.
- b) Par lecture graphique, donner un encadrement de \mathcal{A} , en unité d'aire, par deux entiers consécutifs.
- c) Calculer la valeur exacte de \mathcal{A} , puis une valeur approchée au centième.

ANNEXE

