

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Intégrale, Synthèse



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

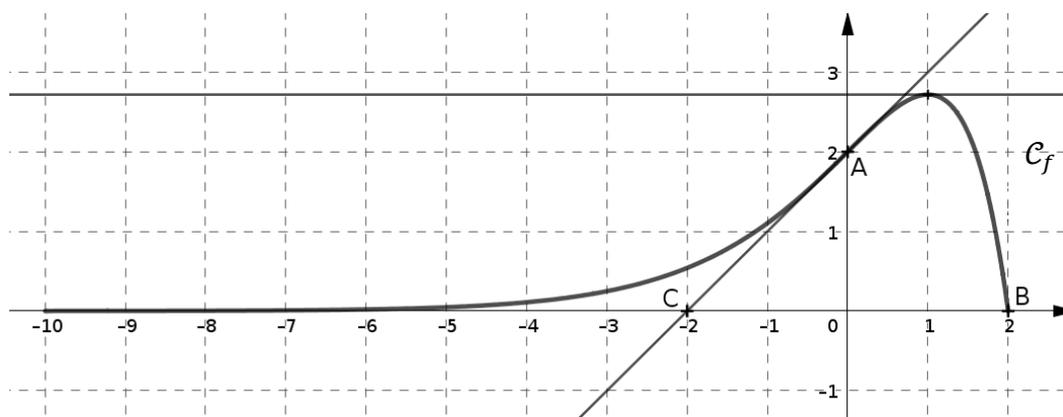
INTÉGRALES, SYNTHÈSE

Partie A

Dans le repère ci-dessous, on note \mathcal{C}_f la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10; 2]$. On a placé les points $A(0; 2)$, $B(2; 0)$ et $C(-2; 0)$.

On dispose des renseignements suivants :

- Le point B appartient à la courbe \mathcal{C}_f .
- La droite (AC) est tangente en A à la courbe \mathcal{C}_f .
- La tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1 est une droite horizontale.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Indiquer les valeurs de $f(0)$ et de $f(2)$.
2. Indiquer la valeur de $f'(1)$.
3. Donner une équation de la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point A.
4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10; 2]$.
5. Indiquer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10; 2]$.
6. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe, et celui sur lequel elle est concave.
7. On s'intéresse au nombre $I = \int_0^2 f(x) dx$.
 - a) Sur le graphique donné **en annexe**, hachurer le domaine du plan dont l'aire, exprimée en unités d'aire, est égale à I .
 - b) Donner un encadrement du nombre I par deux entiers consécutifs.

Partie B

Dans cette partie, on cherche à vérifier par le calcul les résultats lus graphiquement dans la partie A.

On sait désormais que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-10 ; 2]$ par :

$$f(x) = (2 - x)e^x.$$

1. Calculer $f(0)$ et $f(2)$.
2.
 - a) Calculer $f'(x)$ pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-10 ; 2]$.
 - b) En déduire la valeur de $f'(1)$.
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
4.
 - a) Dresser le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.
 - b) En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10 ; 2]$, puis donner une valeur approchée au centième de chacune de ces solutions.
5. Un logiciel de calcul formel fournit le résultat suivant :

1	$f(x) := (2 - x) * \exp(x)$
	$f(x) := (-x + 2)e^x$
2	Simplifier(Dérivée(Dérivée($f(x)$)))
	$-x e^x$

Utiliser le résultat du logiciel pour étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.

6. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[-10 ; 2]$ par :

$$F(x) = (3 - x)e^x.$$

- a) Vérifier que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.
- b) En déduire la valeur exacte et une valeur approchée au centième du nombre $I = \int_0^2 f(x)dx$.

ANNEXE

