Spé Maths
Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ON S'AMUSE ... 5

CORRECTION

1. Calculons g' sur $]\,0\,;+\infty\,[$:

La fonction g est dérivable sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer sa dérivée sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

Pour tout $x \in\,]\,0\,;+\infty\,[$: $\quad g'(x) = (1) \times (\ln(x)) + (x) \times \left(\frac{1}{x}\right)$ $\quad (U' \times V + U \times V')$

cad: $\quad g'(x) = \ln(x) + 1.$

Ainsi pour tout $x > 0$: $\quad g'(x) = 1 + \ln(x).$

2. Déduisons-en la valeur de I:

Ici: $\quad I = \int_{e}^{e^2} \frac{1 + \ln(x)}{x\ln(x)}\, dx.$

Soit $f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x\ln(x)}$. f est continue sur $[\,e\,; e^2\,]$. Elle admet donc des primitives

sur $[\,e\,; e^2\,]$ et par conséquent **I existe**.

$$I = \int_{e}^{e^2} \frac{1 + \ln(x)}{x\ln(x)}\, dx \iff I = \left[\,\ln(x\ln(x))\,\right]_{e}^{e^2}$$

$\iff I = \ln(e^2 \ln(e^2)) - \ln(e \ln(e))$

$\iff I = \ln(2e^2) - \ln(e)$

cad: $I = \ln(2) + 2\ln(e) - 1.$

Ainsi: $I = \ln(2) + 1.$