

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Calcul d'intégrales



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Calculons g' sur $]0; +\infty[$:

La fonction g est dérivable sur $]0; +\infty[$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer sa dérivée sur $]0; +\infty[$.

$$\text{Pour tout } x \in]0; +\infty[: \quad g'(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\ln(x)} \left(\frac{u'}{u} \right)$$

$$\text{cad: } g'(x) = \frac{1}{x \times \ln(x)}$$

$$\text{Ainsi pour tout } x > 0: \quad g'(x) = \frac{1}{x \times \ln(x)}$$

2. Déduisons-en la valeur de I :

$$\text{Ici: } I = \int_{e^2}^{e^3} \frac{1}{x \ln(x)} dx.$$

Soit $f(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$. f est continue sur $[e^2; e^3]$. Elle admet donc des primitives

sur $[e^2; e^3]$ et par conséquent I existe.

$$I = \int_{e^2}^{e^3} \frac{1}{x \ln(x)} dx \Leftrightarrow I = [\ln(\ln(x))]_{e^2}^{e^3}$$

$$\Leftrightarrow I = \ln(\ln(e^3)) - \ln(\ln(e^2))$$

$$\Leftrightarrow I = \ln(3\ln(e)) - \ln(2\ln(e))$$

$$\text{cad: } I = \ln(3) - \ln(2).$$

$$\text{Ainsi: } I = \ln\left(\frac{3}{2}\right).$$