

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Calcul d'intégrales



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Montrons que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\frac{e^{2x}}{1+e^x} = e^x - \frac{e^x}{1+e^x}$:

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in \mathbb{R}: \quad e^x - \frac{e^x}{1+e^x} &= \frac{e^x(1+e^x) - e^x}{1+e^x} \\ &= \frac{e^x + e^{2x} - e^x}{1+e^x} \\ &= \frac{e^{2x}}{1+e^x}. \end{aligned}$$

Ainsi pour tout réel x , nous avons bien: $\frac{e^{2x}}{1+e^x} = e^x - \frac{e^x}{1+e^x}$.

2. Déduisons-en la valeur de I :

$$\text{Ici: } I = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx.$$

Soit $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^x}$. f est continue sur $[0; 1]$. Elle admet donc des primitives

sur $[0; 1]$ et par conséquent I existe.

$$I = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx \Leftrightarrow I = \int_0^1 \left(e^x - \frac{e^x}{1+e^x} \right) dx$$

$$\Leftrightarrow I = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx \quad \left(\frac{u'}{u} \right)$$

$$\Leftrightarrow I = [e^x]_0^1 - [\ln(1+e^x)]_0^1 \quad (\ln(u))$$

$$\Leftrightarrow I = (e^1 - e^0) - (\ln(1+e) - \ln(2))$$

$$\text{cad: } I = (e - 1) - (\ln(1+e) - \ln(2)).$$

$$\text{Ainsi: } I = e - 1 - \ln(1+e) + \ln(2) \quad \text{ou} \quad I = e - 1 + \ln\left(\frac{2}{1+e}\right).$$